

## تحلیل لوله‌های مدفون انتقال آب با استفاده از روش اجزای مرزی نیم‌صفحه

مهدی پنجمی\*<sup>۱</sup>

جعفر عسگری مارنانی<sup>۲</sup>

بهمن انصاری<sup>۳</sup>

### چکیده

در این مقاله برای اولین بار فرمول‌بندی و نحوه‌ی به کارگیری روش اجزای مرزی نیم‌صفحه، برای مدل‌سازی رفتار تنش‌ی لوله‌های زیرزمینی تحت فشار ارائه شده است. در استفاده از روش ارائه شده تنها نیاز به گسسته-سازی مرزهای پیرامون لوله می‌باشد به طوری که از یک حفره‌ی دایره‌ای پوشش‌دار زیرزمینی به عنوان یک لوله‌ی تحت فشار بهره گرفته شده است. برای این منظور، ضمن تهیه‌ی یک الگوریتم رایانه‌ای و انجام صحت‌سنجی‌های لازم، طی مطالعه‌ی پارامتریک اثر ضخامت پوشش لوله، عمق استقرار و بارگذاری سطحی بر الگوی تنش، بررسی شده است. نتایج حاصل، سرعت و دقت بالای روش اجزای مرزی نیم‌صفحه را در قیاس با سایر روش‌های عددی موجود از جمله روش سنتی اجزای مرزی محیط کامل نشان می‌دهد. این روش می‌تواند جایگزین مناسبی برای روش‌های عددی پیشین در تحلیل مسائل مشتمل بر محیط‌های خاکی و ابنیه‌های مدفون ژئوتکنیکی باشد.

### واژه‌های کلیدی

اجزای مرزی نیم‌صفحه، مدل‌سازی عددی، حفرات پوشش‌دار، لوله‌های انتقال آب، تحلیل تنش‌ی.

\*۱. استادیار گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان m.panji@srbiau.ac.ir

۲. استادیار گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی

۳. کارشناس ارشد مهندسی ژئوتکنیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان

## مقدمه

یکی از مهم‌ترین سازه‌ها در مطالعات تأمین، انتقال و گرفتن انرژی آب، تونل‌ها هستند. در حوزه‌ی علوم مهندسی سد و سازه‌های انتقال آب، جهت تأمین انرژی برق آبی روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی تونل‌ها و پوشش آنها وجود دارد که از یک سو می‌توان به روش‌های مرسوم آزمایشگاهی و تحلیلی و از سوی دیگر به روش‌های عددی اشاره نمود. لاگاناتان و پولوس<sup>۱</sup> (۱۹۹۸) از اولین افرادی بوده‌اند که پاسخ‌های تحلیلی ناشی از حفر تونل در زمین‌های نرم را ارائه نموده و نتایج را با نتایج حاصل از ابزار دقیق مقایسه کرده‌اند. گویدا و لوکاتلی<sup>۲</sup> (۱۹۹۹) با انجام یک تحلیل بازگشتی مکانیزم گسترش نشست‌های سطحی زمین‌های ماسه‌ای را در حضور تونل‌های کم‌عمق مطالعه نمودند. با انجام آزمایش سانتریفیوژ برای یک محیط تک و دو حفره، لی و رو<sup>۳</sup> (۱۹۹۱) رفتار تغییر مکانی زمین‌های پیرامون آنها را بررسی کردند. در مطالعه‌ی ویرجیت<sup>۴</sup> (۱۹۹۸) یک روش تحلیلی مبتنی بر فضای مختلط ارائه شد که تأثیر احداث بازشدگی‌های زیرسطحی نظیر تونل‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت.

با گسترش قدرت رایانه‌ها و ابزارهای محاسباتی در سال‌های اخیر، توجه محققان به روش‌های عددی افزایش یافته است. به طور کلی از لحاظ نحوه گسسته‌سازی محیط مورد بررسی روش‌های عددی به دو دسته‌ی روش دامنه‌ای و مرزی قابل تقسیم است. از میان روش‌های دامنه‌ای می‌توان از روش‌های معروف اختلاف محدود (FDM)<sup>۵</sup> و اجزای محدود (FEM)<sup>۶</sup> نام برد. مورا و شهرور<sup>۷</sup> (۲۰۰۲) اثرات همزمان احداث شمع و تونل را در مناطق شهری با استفاده از روش اجزای محدود سه‌بعدی مورد بررسی قرار دادند. آگارد و بارد<sup>۸</sup> (۲۰۰۱) به کمک روش اجزای محدود به بررسی اثرات تونل‌های پوشش‌دار کم‌عمق بر تغییر مکان و نشست سطح زمین پرداخته‌اند. گارنر و کافمن<sup>۹</sup> (۲۰۱۳) نیز از دیگر محققانی هستند که با بهره‌گیری از

روش‌های دامنه‌ای و بررسی نشست زمین پیرامون حفرات زیرزمینی، یک معیار بهینه جهت طراحی آن ارائه دادند. اگرچه روش‌های دامنه‌ای، از سهولت در مدل‌سازی و دقت بالایی در تحلیل محیط‌های بسته و محدود برخوردارند ولی به کارگیری آنها در مسائل شامل محیط‌های نامحدود و نیمه‌نامحدود، به دلیل تعریف قیود اضافی، منجر به پیچیدگی در مدل‌سازی و کاهش دقت می‌گردد.

از سوی دیگر طی چند دهه اخیر، روش‌های عددی مبتنی بر المان بندی مرزی توسعه داده شده‌اند که روش اجزای مرزی از مشهورترین این روش‌ها است. این روش به خوبی قادر است دو محیط کامل و نیم‌صفحه را فرمول‌بندی کند. در تعیین معادلات اجزای مرزی محیط کامل، معادلات از برقراری تعادل در اثر اعمال یک بار واحد مؤثر در یک حوزه‌ی کاملاً نامحدود بدست می‌آید. بر این اساس برای مدل‌سازی محیط‌های نیمه‌نامحدود به کمک این روش، علاوه بر گسسته‌سازی سطح صاف زمین تا یک فاصله‌ی خیلی دور از ناحیه‌ی مورد نظر و تأمین شرایط تنش صفر در سطح زمین، لازم است برای دوری از مشکلات انتگرال‌گیری عددی، محیط مورد نظر با اجزای مرزی بسته شود (پنجی و همکاران، ۱۳۹۱).

محققان مختلفی با استفاده از روش اجزای مرزی محیط کامل به مدل‌سازی بناهای ژئوتکنیکی پرداخته‌اند که از آن جمله می‌توان به مطالعات زیائو و کارتر<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۳)، یانگ و استرلینگ<sup>۱۱</sup> (۱۹۸۹) و پنجی و همکاران (۱۳۹۱، ۱۳۹۲ و ۲۰۱۱) اشاره نمود.

اگرچه با توجه به فرمول‌بندی به مراتب ساده‌تر اجزای مرزی محیط کامل در مقابل نیم‌صفحه، محققان و پژوهشگران از آن روش برای مدل‌سازی و تحلیل مسائل خود بهره می‌گیرند ولی در استفاده از اجزای مرزی نیم‌صفحه، مشکلات اجزای مرزی محیط کامل وجود ندارد. روش اجزای مرزی نیم‌صفحه که بر اساس قرارگیری یک بار متمرکز واحد در یک حوزه‌ی

8 Augarge & Burd  
9 Garner & Coffman  
10 Xiao & Carter  
11 Yang & Sterling

1 Loganathan & Poulos  
2 Gioda & Locatelli  
3 Lee & Rowe  
4 Verruijt  
5 Finite Difference Method  
6 Finite Element Method  
7 Mroueh & Shahrouh

نیم‌صفحه در مقایسه با دیگر روش‌های عددی از جمله مهمترین اهداف این تحقیق به شمار می‌رود.

### روش اجزای مرزی نیم‌صفحه

#### حل‌های اساسی

به منظور استخراج معادلات روش اجزای مرزی نیم‌صفحه نیاز است شرایط مرزی تنش آزاد در مرز بی‌نهایت (سطح زمین) در حل معادله‌ی تعادل تأمین گردد. از حل همزمان معادلات مزبور حل‌های اساسی نیم‌صفحه بدست می‌آید که مطابق رابطه زیر شامل دو بخش حل اساسی محیط کامل (کلوین) و بخش مکمل است (تالاس و بریبا،<sup>۱</sup> ۱۹۸۰):

$$(-)^* = (-)^K + (-)^C \quad (1)$$

در رابطه‌ی شماره (۱) بالانویس K، حل اساسی محیط کامل و بالانویس C، بخش تکمیلی را نشان می‌دهد. حل‌های اساسی محیط کامل که بدون توجه به شرایط مرزی و از اعمال یک بار متمرکز واحد در یک فضای نامحدود حاصل می‌شود، در مراجع مختلف موجود است (عسگری مارنانی (۱۳۸۶)، بریبا (۱۹۹۲) و کاتسیکادلیس<sup>۸</sup> (۲۰۰۲)). بخش تکمیلی حل‌های اساسی که در واقع نشان دهنده اثرات تنش آزاد سطح زمین است توسط تالاس و بریبا (۱۹۸۰) برای مؤلفه‌های تغییرمکان مطابق روابط (۲) تا (۵) ارائه شده است.

$$u_{11}^c = k_d \left\{ -[8(1-v)^2 - (3-4v)] \ln R + \frac{[(3-4v)R_1^2 - 2c\bar{x}]}{R^2} + \frac{4c\bar{x}R_1^2}{R^4} \right\} \quad (2)$$

$$u_{12}^c = k_d \left\{ \frac{(3-4v)r_1 r_2}{R^2} + \frac{4c\bar{x}R_1 r_2}{R^4} - 4(1-v)(1-2v)\theta \right\} \quad (3)$$

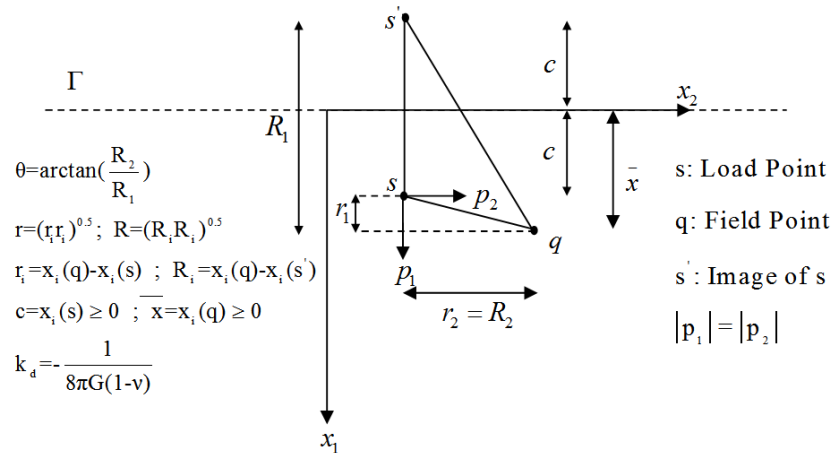
$$u_{21}^c = k_d \left\{ \frac{(3-4v)r_1 r_2}{R^2} - \frac{4c\bar{x}R_1 r_2}{R^4} + 4(1-v)(1-2v)\theta \right\} \quad (4)$$

$$u_{22}^c = k_d \left\{ -[8(1-v)^2 - (3-4v)] \ln R + \frac{[(3-4v)r_2^2 + 2c\bar{x}]}{R^2} - \frac{4c\bar{x}r_2^2}{R^4} \right\} \quad (5)$$

نیمه‌نامحدود شکل گرفته است اولین بار توسط مندلین<sup>۱</sup> (۱۹۴۸) ارائه شده بود و به وسیله‌ی تالاس و بریبا<sup>۲</sup> (۱۹۸۰) مورد استفاده قرار گرفت. به علت اینکه در اجزای مرزی نیم‌صفحه با بهره‌گیری از مفاهیم ریاضیاتی تصویر منبع (دافی<sup>۳</sup>، ۲۰۱۱) شرایط تنش آزاد سطح صاف زمین به طور کامل ارضا شده است، برای مدل‌سازی مسائل نیم‌صفحه نیازی به گسسته‌سازی سطح صاف زمین نیست. همچنین نیازی نیست که محیط مورد نظر در یک فاصله‌ی خیلی دور از ناحیه‌ی مورد بررسی بسته شود. بنابراین تنها مرزهایی از جسم که مرتبط با قیود هستند، مشخص می‌شوند. همواره استفاده از روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در تحلیل مسائل مختلف مورد توجه پژوهشگران بوده است. لی و زنگ<sup>۴</sup> (۱۹۹۲) از جمله محققانی هستند که به توسعه فرمول‌بندی روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در محیط‌های لایه‌ای پرداختند. دونگ و لو<sup>۵</sup> (۲۰۱۳) با استفاده از روش اجزای مرزی نیم‌صفحه یک محیط ناهمگن را تحلیل نمودند. در مطالعه مایر و نواتی<sup>۶</sup> (۲۰۰۵) نیز شکل دیگری از ماتریس‌های سختی اجزای مرزی نیم‌صفحه جهت تحلیل تنشی محیط‌های چند لایه خاک ارائه شده است. در مطالعه اخیر پنجی و همکاران (۱۳۹۲) نیز معادلات اجزای مرزی نیم‌صفحه برای محیط‌های ناهمگن لایه‌ای خاک مشتمل بر حفرات بدون پوشش توسعه داده شده است.

همانطور که مرور بر تحقیقات نشان می‌دهد، هنوز اجزای مرزی نیم‌صفحه برای تحلیل تنشی محیط‌های ناهمگن نیمه‌نامحدود شامل حفرات پوشش‌دار زیرسطحی توسعه داده نشده است. بنابراین در این مقاله ابتدا معادلات کامل روش اجزای مرزی نیم‌صفحه برای مدل‌سازی حفرات پوشش‌دار زیرسطحی ارائه شده است و ضمن تهیه‌ی یک الگوریتم رایانه‌ای مبتنی بر معادلات تشریح شده و صحت‌سنجی آن، به تحلیل پارامتری یک لوله‌ی دایره‌ای پوشش‌دار پرداخته شده است و در آن مشخصاتی نظیر ضخامت پوشش، عمق استقرار و اثر بارگذاری سطحی بر گسترش الگوی تنش مورد مطالعه قرار گرفته است. سهولت در مدل‌سازی بناهای مدفون و دقت مطلوب روش اجزای مرزی

در روابط فوق  $G$ ، مدول برشی و  $\nu$ ، ضریب پواسون محیط خاک است. سایر پارامترها با توجه به شکل (۱) به راحتی قابل محاسبه هستند.



شکل(۱): اثر بار نقطه‌ای در محیط نیم‌صفحه (تالاس و بریبا، ۱۹۸۰)

اعم از تغییر مکان‌ها و نیروهای مرزی را تعیین نمود. در نهایت برای هر نقطه‌ی درونی، تغییر مکان و تنش با استفاده از روابط زیر به ترتیب قابل تعیین است:

$$u^i = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma \quad (۸)$$

$$\sigma_{ij} = \int_{\Gamma} u_{ijk}^* p_k d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ijk}^* u_k d\Gamma \quad (۹)$$

به طوری که در رابطه‌ی فوق  $\sigma_{ij}$ ، تنش درونی در نقطه‌ی  $\bar{a}$ م و در امتداد  $\bar{a}$ م،  $p_{ijk}^*$  و  $u_{ijk}^*$  نیز به ترتیب نشان دهنده حل‌های اساسی نیم‌صفحه تنش برای مؤلفه‌های تغییر مکان و نیروهای سطحی بوده که از جمع حل اساسی محیط کامل تنش و بخش تکمیلی آن به دست می‌آیند.

### گسسته‌سازی انتگرال مرزی

از گسسته‌سازی مرز جسم با  $N$  المان درجه‌ی دو، معادله‌ی انتگرال (۷) به فرم گسسته شده زیر حاصل می‌شود:

$$c_{ij} u^i = \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma_k} u_{ij}^* p_j d\Gamma_k - \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma_k} p_{ij}^* u_j d\Gamma_k \quad (۱۰)$$

در این رابطه  $\Gamma_k$  معرف مرز المان  $k$ م می‌باشد. در نهایت فرم ماتریسی معادله‌ی انتگرال مرزی به صورت زیر قابل نمایش است:

$$H \cdot U = G \cdot P \quad (۱۱)$$

به منظور تشکیل انتگرال مرزی نیاز است تا علاوه بر حل‌های اساسی جابه‌جایی، حل اساسی نیروهای سطحی نیز محاسبه شوند. این حل‌ها برای بخش تکمیلی با توجه به رابطه‌ی زیر تعیین می‌شوند (عسگری مارنانی، ۱۳۸۶):

$$p_{ij}^c = \sigma_{jki}^c n_k \quad (۶)$$

در رابطه‌ی فوق  $p_{ij}$  نشان دهنده حل‌های اساسی نیروهای سطحی تکمیلی،  $n_k$  بردار نرمال عمود بر مرز و مقادیر  $\sigma_{jki}^c$  نماینده‌ی مؤلفه‌ی تنش تکمیلی در صفحه  $\bar{a}$ م و در امتداد  $k$  برای بار اعمالی در جهت  $\bar{a}$ م می‌باشند.

### انتگرال مرزی

انتگرال مرزی در روش اجزای مرزی نیم‌صفحه مشابه انتگرال مرزی محیط کامل می‌باشد (عسگری مارنانی، ۱۳۸۶):

$$c_{ij} u^i = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma \quad (۷)$$

در رابطه‌ی (۷)،  $u_{ij}^*$  و  $p_{ij}^*$  به ترتیب بیانگر حل‌های اساسی نیم‌صفحه برای مؤلفه‌های تغییر مکان و نیروهای سطحی و  $u$  و  $p$  نیز به ترتیب مقادیر تغییر مکان و نیروهای سطحی در مرز  $\Gamma$  را نشان می‌دهند.  $c_{ij}$  مقادیر ثابتی هستند که با توجه به زاویه‌ی شکست مرزی قابل تعیین می‌باشند. با برقراری انتگرال فوق برای تمامی مرزهای مرتبط با قیود در جسم می‌توان کلیه مجهولات

مطابق شکل (۲)، بخش اول شامل یک فضای نیمه نامحدود شامل فقط حفره و محیط می باشد و بخش دوم یک فضای بسته و به صورت یک محیط کاملاً محدود برای مدل کردن پوشش است. پس از برقراری معادلات انتگرال برای هر یک از این دو محیط و تشکیل فرم ماتریسی آنها باید با توجه به شرایط سازگاری و پیوستگی در وجوه میانی کلیه ی ماتریس های حاصل در یک ماتریس واحد سرهم سازی شوند.

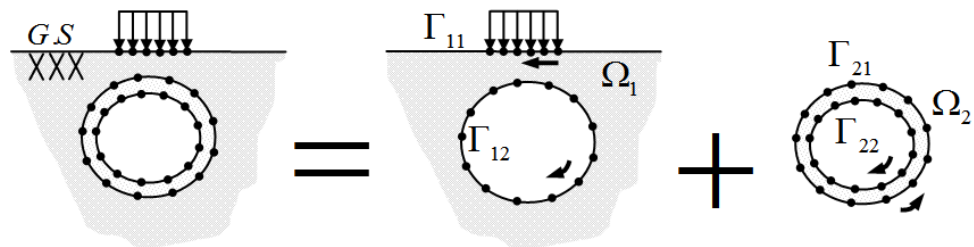
که در این رابطه  $U$  و  $P$  به ترتیب نماینده ی تغییر مکان و نیروهای سطحی مرزی بوده و  $H$  و  $G$  با توجه به روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$H_{ij} = \int_{\Gamma} p_{ij}^* d\Gamma \quad (12)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma} u_{ij}^* d\Gamma \quad (13)$$

مدل سازی

برای مدل سازی حفرات پوشش دار به کمک روش اجزای مرزی نیم صفحه، محیط مسئله به دو بخش مجزا تفکیک می شود.



$\Gamma_{ij}$ : Boundary,  $\Omega_i$ : Domain

• : Mesh Point

شکل (۲): مدل سازی یک حفره پوشش دار زیر زمینی با استفاده از روش اجزای مرزی نیم صفحه

مدفون پوشش دار از سرهم بندی معادلات (۱۴) و (۱۵) و (۱۶) مطابق زیر حاصل نمود:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 \\ 0 & H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & 0 \\ 0 & -G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ p_g \end{bmatrix} \quad (17)$$

در نهایت با اعمال شرایط مرزی حاکم بر مرزهای آزاد جسم ( $\Gamma_{11}$  و  $\Gamma_{22}$ ) فرم قابل حل معادله ی (۱۷) به صورت زیر حاصل می شود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 & -G_{12} \\ 0 & H_{21} & H_{22} & G_{21} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{22} \\ p_{12} \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{11} & 0 \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix}}_F \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ p_g \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$AX = F$$

به طوری که:

$$(19)$$

بر این اساس، معادلات انتگرال محیط  $\Omega_1$  در فرم ماتریسی به صورت زیر نوشته می شوند:

$$[H_{11} \ H_{12}] \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} = [G_{11} \ G_{12}] \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \end{bmatrix} \quad (14)$$

بطوریکه که در رابطه ی فوق ( $H_{11}$  و  $G_{11}$ ) و ( $H_{12}$  و  $G_{12}$ ) به ترتیب معرف ماتریس حاصل از معادلات انتگرال حاکم بر مرز سطح زمین و حفره می باشند. به طور مشابه برای محیط  $\Omega_2$  فرم ماتریسی به صورت زیر قابل بازنویسی است:

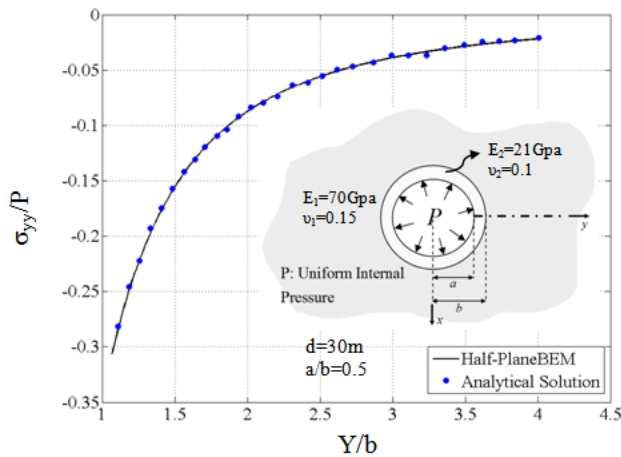
$$[H_{21} \ H_{22}] \begin{bmatrix} u_{21} \\ u_{22} \end{bmatrix} = [G_{21} \ G_{22}] \begin{bmatrix} p_{21} \\ p_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

در رابطه ی فوق نیز ( $H_{21}$  و  $G_{21}$ ) و ( $H_{22}$  و  $G_{22}$ ) به ترتیب ماتریس حاکم بر مرز درونی حفره و وجه میانی آن می باشند. با برقراری معادلات سازگاری و پیوستگی برای مؤلفه های جابه جایی و تنش مطابق زیر:

$$\begin{cases} u_{12} = u_{21} \\ p_{12} + p_{21} = p_g \end{cases} \quad (16)$$

به طوری که  $p_g$  معرف تنش های ثقلی موثر بر وجه میانی است، می توان معادله ی ترکیبی را برای محیط خاک مشتمل بر حفره

جاگر (۱۹۶۴) توانست برای حفرات پوشش‌دار مستقر در یک فضای کاملاً نامحدود پاسخ تحلیلی ارائه نماید. بر این اساس با بیشینه فرض کردن عمق لوله‌ی مدفون در مطالعه حاضر (برابر ۳۰ متر)، تنش‌های شعاعی در دیواره‌ی تونل محاسبه شده و با نتایج تحلیلی جاگر مقایسه شده است. چنانچه مشاهده می‌شود انطباق مناسبی بین نتایج تحلیلی و مطالعه حاضر (شکل (۴)) وجود دارد:



شکل (۴): مقایسه ی نتایج تحلیلی (جاگر، ۱۹۶۴) و نتایج مطالعه‌ی حاضر برای تونل‌های عمیق پوشش‌دار

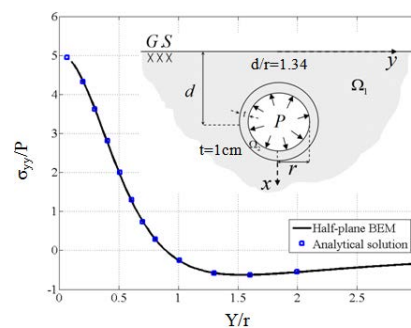
#### مطالعه‌ی عددی

در این بخش به عنوان مطالعه‌ی پارامتریک اثر عمق احداث، ضخامت لوله‌های زیرزمینی و بارگذاری سطحی بر تنش خاک پیرامون لوله‌های پوشش‌دار مدفون تحت فشار مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا به منظور مدل‌سازی محیط مورد نظر مطابق شکل (۵)، جنس خاک از نوع ماسه‌ای با مشخصات زیرزمینی از نوع بتنی با مشخصات  $E=40\text{Mpa}$  و  $\gamma=16\text{KN/m}^2$  و  $\nu=0.3$  و جنس لوله‌ی انتخاب شده است. جهت مدل‌سازی لوله پر فشار آب، فشار داخلی لوله به صورت یکنواخت و به شدت  $P=1000\text{Kpa}$  ( $\sim 10$  Atmosphere) در نظر گرفته شده است. به منظور دستیابی به دقت مناسب، مرز درونی لوله و وجه میانی با  $60^\circ$  المان درجه‌ی دو گسسته شده است. لازم به ذکر است به منظور مدل‌سازی، فشار ثقلی موثر بر لوله یک بار

در رابطه‌ی فوق  $X$ ، بردار مجهولات مرزی و  $A$  ضرایب متناظر با این مقادیر می‌باشند. همچنین در این رابطه  $F$  معرف بردار حاصل از مقادیر معلوم مرزی است.

#### راستی‌آزمایی

به منظور تحلیل محیط خاک شامل حفره پوشش‌دار دایره‌ای یک الگوریتم رایانه‌ای به زبان برنامه‌نویسی MATLAB (۲۰۱۴) تهیه شده است. با لحاظ داشتن تمهیدات مناسب، این الگوریتم قابلیت مدل‌سازی انواع حفرات با مقاطع گوناگون را تحت حالات مختلف بارگذاری دارا می‌باشد. برای صحت‌سنجی مدل تهیه شده از نتایج تحلیلی جفری<sup>۱</sup> (۱۹۲۰) و جاگر<sup>۲</sup> (۱۹۶۴) استفاده شده است. جفری (۱۹۲۰) توانسته است پاسخ تحلیلی برای مؤلفه‌ی افقی تنش بر روی سطح زمین شامل حفرات بدون پوشش تحت فشار ارائه دهد. برای دستیابی به این هدف، با یکسان فرض نمودن جنس مصالح پوشش و محیط خاک در مطالعه‌ی حاضر، تنش‌های افقی سطح زمین حاصل شده و با نتایج این محقق مقایسه گردیده است. نتایج در شکل (۳) به همراه کلیه پارامترهای فرض شده، نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود انطباق مناسبی بین نتایج تحلیلی و نتایج عددی مطالعه‌ی حاضر وجود دارد. لازم به ذکر است برای تهیه‌ی مدل حاضر به کمک اجزای مرزی نیم‌صفحه تنها از  $60^\circ$  المان درجه دو استفاده شده است، این در صورتی است که در مطالعه‌ی پنج‌ی و همکاران (۱۳۹۱) مشاهده شد برای مدل‌سازی چنین محیط‌هایی به کمک اجزای مرزی محیط کامل لازم است حداقل از  $200^\circ$  المان درجه دو استفاده شود.

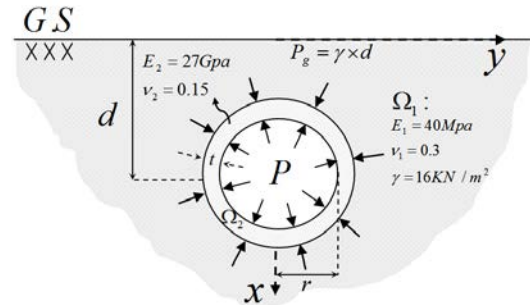


شکل (۳): مقایسه‌ی نتایج تحلیلی (جفری، ۱۹۲۰) و نتایج مطالعه‌ی حاضر برای حفرات پوشش‌دار سطحی

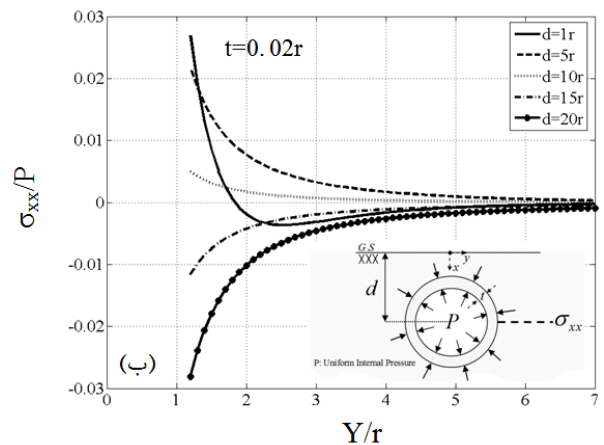
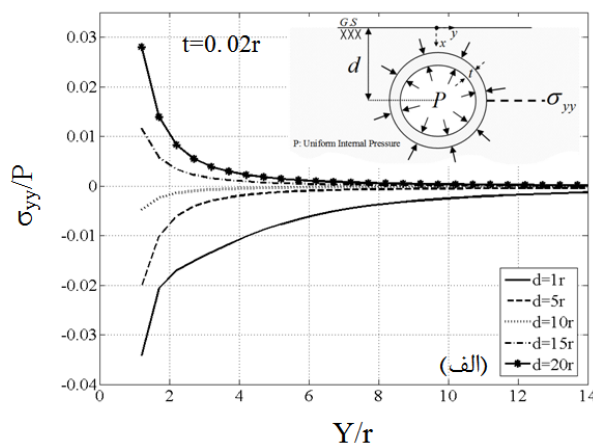
خارجی به شدت  $P_g = \gamma d$  بر وجه میانی (دیواره‌ی لوله) اعمال شده است.

### اثر عمق لوله

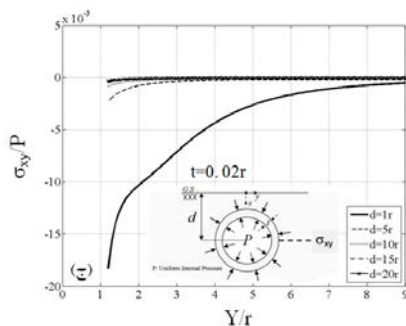
اشکال (۶-الف) و (۶-ب) به ترتیب تغییرات تنش‌های افقی و قائم دیواره‌ی لوله را برای  $d/r$  های مختلف نشان می‌دهند. همانطور که انتظار می‌رود تنش‌های افقی و قائم در نزدیکی لوله از بیشترین مقدار برخوردار شده و با افزایش عمق لوله از مقدار آنها کاسته می‌شود. چنانچه مشاهده می‌شود هر چند در نسبت‌های کوچک  $d/r$  به دلیل نزدیک بودن لوله به مرز تنش آزاد سطح زمین، تنش‌ها دچار تغییرات شده ولی با افزایش عمق لوله اثرات مرز سطح زمین از بین رفته و از عمق  $d=10r$  به بعد نمودار تغییر حالت می‌دهد.



شکل (۵): مشخصات محیط خاک مشتمل بر لوله انتقال آب پوشش‌دار مدفون



شکل (۶): (الف) تنش‌های افقی (ب) تنش‌های قائم در دیواره‌ی لوله (در امتداد خط‌چین) ناشی از افزایش عمق

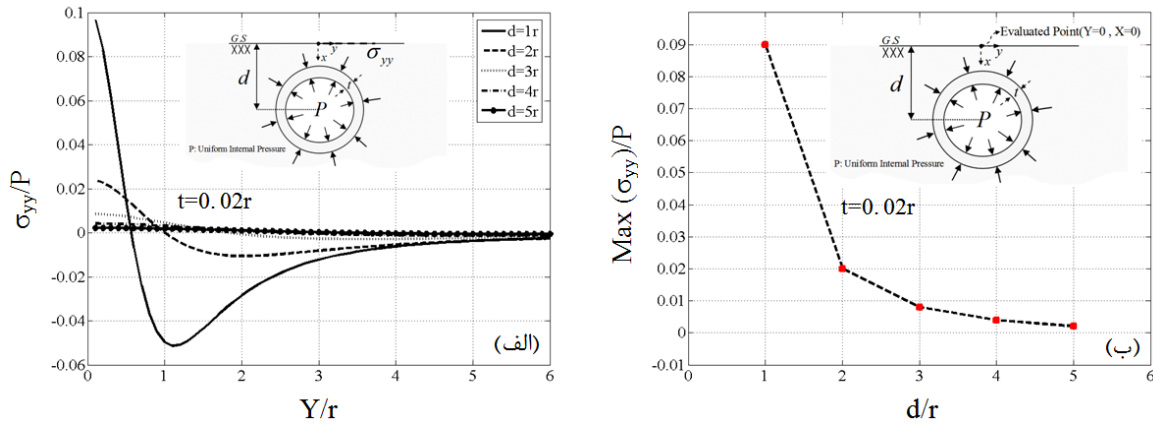


شکل (۶): (ج) تنش‌های برشی در دیواره‌ی لوله (در امتداد خط‌چین) ناشی از افزایش عمق

تغییرات تنش‌های برشی در دیواره‌ی لوله در شکل (۶-ج) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تنش‌های برشی با افزایش عمق لوله و دور شدن از مرز سطح زمین به سرعت کاهش یافته و به صفر متمایل شده‌اند به طوری که در اعماق  $d > 20r$  تنش‌های برشی اطراف لوله مقادیر بسیار ناچیزی را نشان می‌دهند. این تنش‌ها در فواصل  $y > 9r$  نسبت به مرکز لوله به صفر متمایل می‌شوند.

تنش‌های افقی سطح زمین در شکل (۷-الف) ارائه شده است. چنانچه مشاهده می‌شود با افزایش عمق لوله و فاصله از سطح زمین مقدار این تنش‌ها همواره در حال کاهش است. این تنش‌ها

در نزدیکی تاج لوله از بیشترین مقدار خود برخوردار شده و با دور شدن از این ناحیه تغییر فاز می‌دهند. برای مشاهده رفتار با افزایش عمق احداث لوله نرخ تغییرات شیب در حال کاهش دقیق‌تر این تنش شکل (۷-ب) ارائه شده است. در این شکل تنش‌های افقی بیشینه در سطح زمین بالای تاج لوله بر حسب

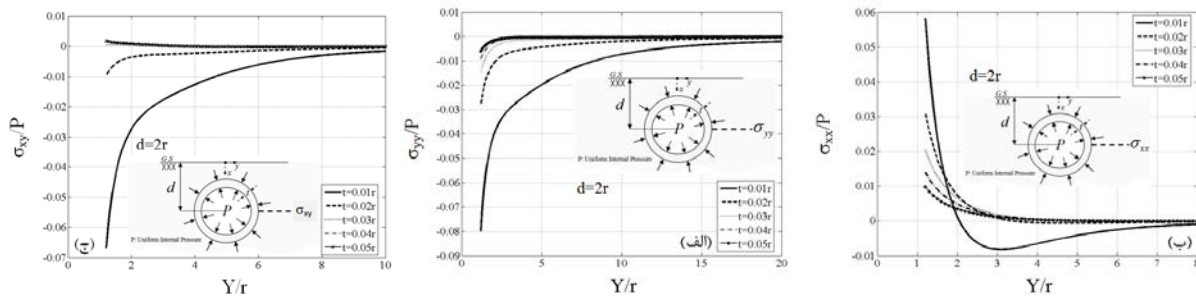


شکل (۷): (الف) نمودار تنش‌های افقی سطح زمین (ب) نمودار بیشترین تنش افقی سطح زمین در بالای تاج لوله برای عمق‌های مختلف دفن.

می‌شود. مقدار این تنش‌ها در ضخامت‌های کوچک، برابر بیشترین مقدار خود شده است و با افزایش ضخامت به سرعت از شدت آنها کاسته می‌شود. از دیگر نکات قابل توجه در شکل (۸)، نرخ زوال سریع‌تر تنش‌های قائم و برشی در مقایسه با تنش‌های افقی است به طوری که تنش‌های افقی در فواصل  $y > 20r$  و تنش‌های قائم در فواصل  $y > 8r$  و تنش‌های برشی در فواصل  $y > 10r$  نسبت به مرکز لوله به صفر همگرا می‌شوند. تنش‌های برشی در ضخامت‌های  $t > 0.04r$  نرخ ثابتی داشته و تقریباً برابر صفر شده‌اند.

#### اثر ضخامت پوشش

از پارامترهای مهم در طراحی لوله‌های انتقال آب ضخامت پوشش آن می‌باشد. طراحان همواره سعی دارند تا با انتخاب ضخامت مناسب حداکثر صرفه جویی در مصرف مصالح ساخت پوشش را به عمل آورند. به همین منظور برای لوله مفروض اثر این پارامتر مورد مطالعه قرار گرفته است. شکل (۸) نمودار تنش‌های افقی، قائم و برشی را در امتداد دیواره‌ی لوله نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۸) می‌توان دریافت که افزایش ضخامت لوله موجب کاهش انتشار تنش در محیط اطراف آن



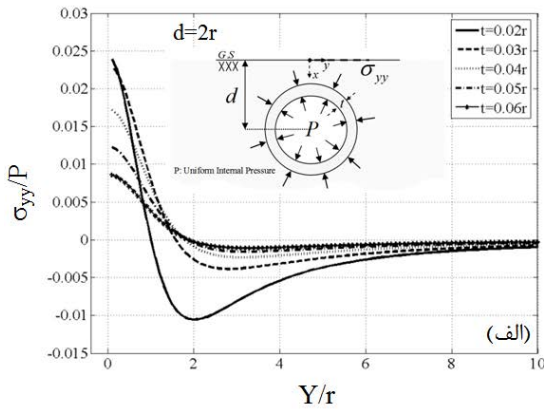
شکل (۸): (الف) تنش‌های افقی، (ب) تنش‌های قائم و (ج) تنش‌های برشی در دیواره‌ی لوله (در امتداد خط‌چین) ناشی از افزایش ضخامت.

ضخامت پوشش، میزان این تنش‌ها در حال کاهش است و در فواصل  $y > 10r$  نسبت به مرکز لوله به صفر همگرا می‌شوند.

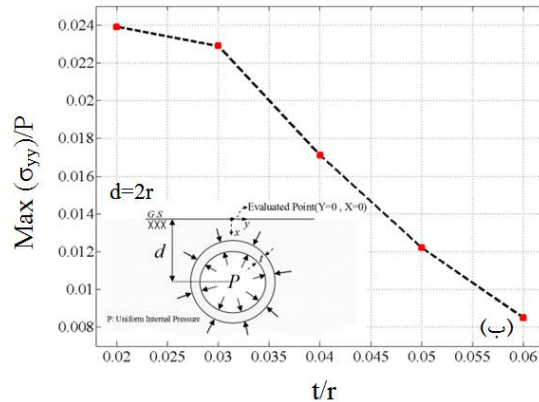
تغییرات تنش‌های افقی سطح زمین نسبت به افزایش ضخامت پوشش در شکل (۹-الف) آورده شده است. مشابه قبل با افزایش



توجه در تنش سطح زمین می‌شود که علت آن کم شدن اثرات فشار آب درون لوله به دلیل افزایش ضخامت پوشش آن در این نقاط است.



نمودار تغییرات بیشترین تنش‌های افقی بر حسب ضخامت پوشش در شکل (۹-ب) نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود تغییر جزئی در ضخامت پوشش باعث تغییرات قابل



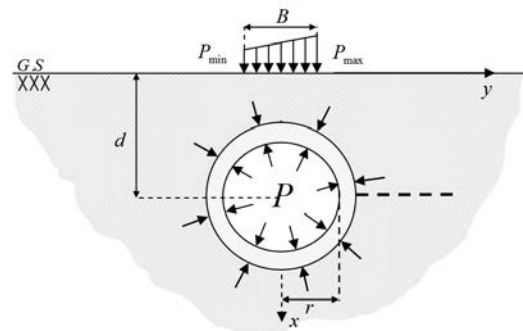
شکل (۹): (الف) تنش‌های افقی در سطح زمین و (ب) بیشترین تنش‌های افقی سطح زمین در بالای تاج لوله برای ضخامت‌های مختلف.

$$e = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \quad (20)$$

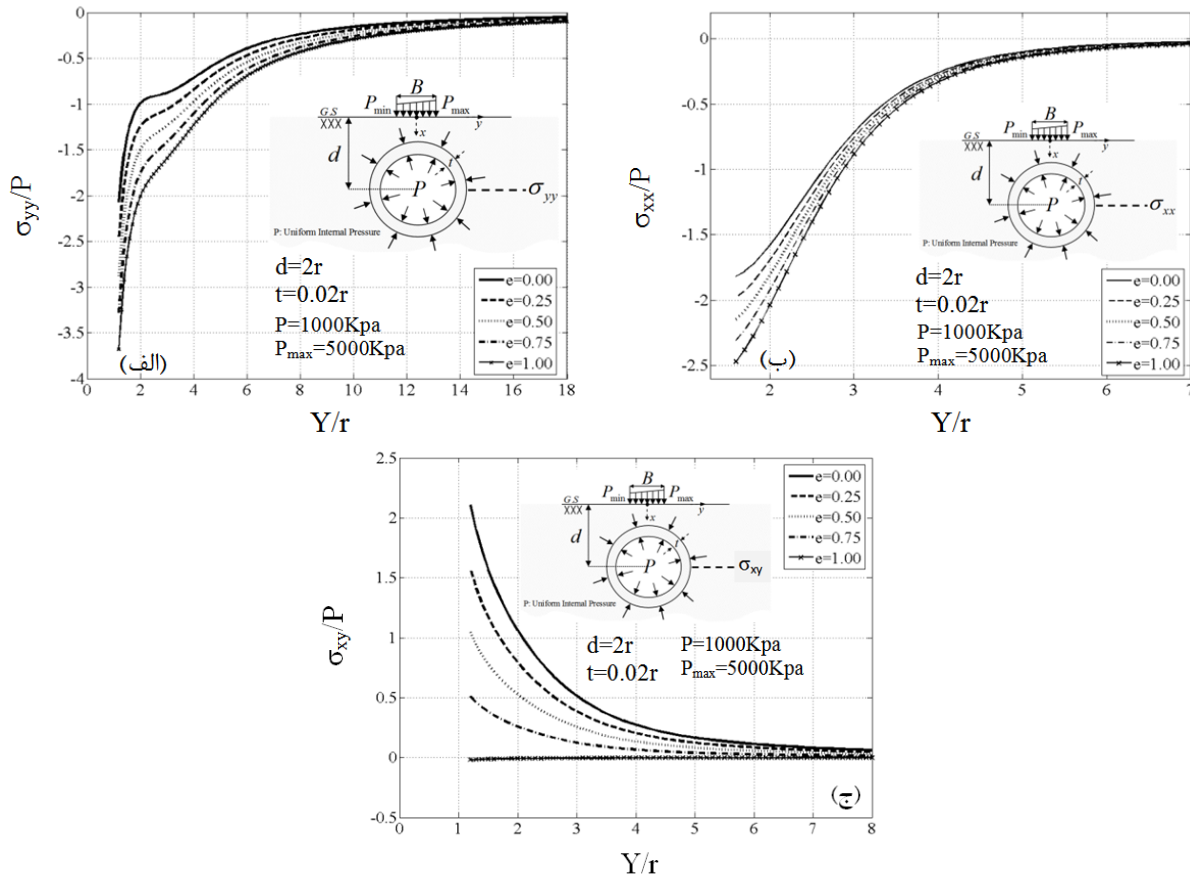
که در آن  $P_{\min}$  و  $P_{\max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین شدت بار سطحی مطابق شکل (۱۰) هستند. در اشکال (۱۱-الف) و (۱۱-ب) به ترتیب تغییرات تنش‌های افقی و قائم در نسبت‌های تقارن مختلف برای نقاط واقع بر دیواره‌ی راست لوله نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تنش‌های افقی و قائم با افزایش نسبت تقارن افزایش یافته‌اند که علت اصلی این مسئله را می‌توان در افزایش شدت بار سطحی دانست. در این حالت نرخ تغییرات تنش‌های افقی بسیار بیشتر از تنش‌های قائم بوده و در فاصله‌ی دورتری از مبدأ (حدود  $18r$ ) به صفر همگرا می‌شوند. نرخ تغییرات تنش‌های برشی در دیواره‌ی راست لوله در شکل (۱۱-ج) نمایش داده شده است. بر اساس این شکل تنش‌های برشی در نزدیکی لوله از بیشترین مقدار برخوردار بوده و بر خلاف تنش‌های قائم و افقی با افزایش نسبت تقارن از شدت آنها کاسته می‌شود. مقدار تنش‌های برشی در نسبت  $e=1$  در مقایسه با سایر مقادیر آن بسیار ناچیز است.

### اثر بارگذاری سطحی

وجود سازه‌ها و ساختمان‌های مختلف در سطح زمین موجب اعمال فشارهای سطحی بر محیط خاک می‌شود این مسئله زمانی که محیط خاک شامل لوله‌های ناقل سیالات پر فشار باشد می‌تواند موجب تجمع تنش در آن محیط گردد. از این رو به منظور مدل‌سازی بار سطحی، با توجه به شکل (۱۰)، در سطح زمین یک بار به شدت  $P_{\max}=5000\text{Kpa}$  منظور شده و مرز آن با ده المان درجه دو گسسته شده است. در اکثر مواقع کاربردی بارهای اعمال شده در روی سطح زمین کاملاً متقارن نبوده و دارای اشکال گوناگونی هستند. بنابراین می‌توان به منظور ارزیابی تاثیر شکل بارگذاری بر الگوی تنش‌ی محیط اطراف لوله مطابق رابطه‌ی (۲۰) یک معیار با عنوان نسبت تقارن بار تعریف کرد.



شکل (۱۰): اثر توأمان بار سطحی و فشار داخلی لوله



شکل (۱۱): الف) نمودار تنش‌های افقی، ب) تنش قائم و ج) تنش‌های برشی در امتداد دیواره‌ی راست لوله برای نسبت تقارن‌های مختلف

### نتیجه‌گیری

- با افزایش عمق احداث لوله تنش‌های قائم و افقی محیط اطراف آن کاهش می‌یابند که طی این فرآیند نرخ زوال تنش‌های افقی همواره کمتر از تنش‌های قائم است.
- تنش‌های افقی و قائم دیواره‌ی لوله آب تحت فشار، به ترتیب در فاصله‌ی  $7r$  و  $14r$  نسبت به مرکز لوله به صفر همگرا می‌شوند (شعاع تأثیر).
- تنش‌های افقی ناشی از فشار سیال در سطح زمین در فاصله‌ی  $6r$  از مرکز لوله به صفر همگرا می‌شوند.
- افزایش ضخامت لوله‌های دایره‌ای زیرزمینی به میزان قابل ملاحظه‌ای از انتشار تنش‌ها در اطراف آن جلوگیری می‌کند به طوری که در ضخامت‌های بزرگتر از  $0.05r$  میزان تنش‌ها به کمتر از ۱ درصد فشار داخلی لوله کاهش یافته است.
- تنش افقی در سطح زمین با افزایش ضخامت پوشش لوله کاهش می‌یابد به طوری که در ضخامت‌های بیشتر از  $0.05r$

در این تحقیق برای اولین بار فرمول‌بندی و نحوه‌ی به کارگیری روش اجزای مرزی نیم‌صفحه برای تحلیل حفرات پوشش‌دار کم‌عمق ارائه شد. در این راستا با تهیه یک الگوریتم رایانه‌ای و انجام صحت‌سنجی‌های لازم، یک محیط تک‌لایه‌ی خاک شامل یک حفره‌ی پوشش‌دار به مثابه‌ی یک لوله‌ی مدفون مورد توجه قرار گرفت. بررسی‌های انجام شده نشان داد که سرعت و دقت روش اجزای مرزی نیم‌صفحه به خصوص در تحلیل محیط‌های نیمه‌نامحدود بسیار مناسب است. در ادامه نیز طی یک مطالعه‌ی پارامتریک اثر ضخامت پوشش لوله، محل احداث آن و بارگذاری سطحی بر محیط پیرامون تحلیل شد که نتایج حاصل از آن به صورت زیر جمع‌بندی می‌شوند:

settlement profile to characterize an acceptable configuration." *Tunnelling and underground space technology*. 35(April), 219-226.

10-

11- Gioda, G. and Locatelli, L. (1999). "Back analysis of the measurements performed during the excavation of shallow tunnel in sand." *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 23(13), 1407-1425.

12- Jaeger, J. C. (1964). "Elasticity fracture and flow with engineering and geological applications." Second edition. London: Methuen.

13- Jeffery, G. B. (1920). "Plane stress and plane strain in bipolar coordinates." *Philosophical transactions of the Royal society a mathematical physical and engineering sciences*. 221, 265-293.

14- Katsikadelis, J. T. (2002). "Boundary element theory and applications." National technical university of Athens. First edition. Elsevier Science.

15- Lee, J. S. Zhang, X. (1992). "A boundary element formulation for a layered elastic half-space." *Journal of computers and structures*. 44(1-2), 375-379.

16- Lee, K. M. and Rowe, R. K. (1991). "An analysis of three-dimensional ground movements: the Thunder Bay tunnel." *Canadian geotechnical journal*. 28(1), 25-41.

17- Loganathan, N. and Poulos, H. G. (1998). "Analytical prediction for tunneling induced ground movements in clays." *Journal of geotechnique and geoenvironment engineering*. 124(9), 846-856.

18- Maier, G. and Novati, G. (2005). "Boundary element elastic analysis of layered soils by a successive stiffness method." *Journal of numerical and analytical method in geomechanics*. 11(5), 435-447.

19- Matlab Primer. (2014). The math works Inc, 3 Apple Hill Drive Natick, MA 01760-2098. (www.mathworks.com).

میزان این تنش‌ها به کمتر از ۰/۸ درصد فشار داخلی لوله خواهد رسید.

• افزایش نسبت تقارن بار سطحی موجب افزایش شدت تنش‌های دیواره‌ی لوله خواهد شده است

## مراجع

۱- پنجی م، عسگری مارنانی ج، علی الهی ح، کوهساری ح و آدم پیرا م، (۱۳۹۱)، "بررسی پارامترهای موثر بر رفتار تنش‌ی تونل‌های کم عمق دوبعدی با استفاده از روش اجزای مرزی"، پژوهشنامه‌ی حمل و نقل، سال دهم، شماره اول، صفحات ۱۷ الی ۲۸.

۲- پنجی م، علی الهی ح، کوهساری ح و آدم پیرا م، (۱۳۹۲)، "تاثیر ضخامت پوشش تونل‌های عمیق تحت فشار بر الگوی تنش با استفاده از روش اجزای مرزی"، هفتمین کنگره‌ی مهندسی عمران، زاهدان، ایران.

۳- پنجی م، علی الهی ح و انصاری ب، (۱۳۹۲)، "تحلیل تنش‌ی محیط‌های لایه‌ای خاک با استفاده از روش اجزای مرزی نیم‌صفحه"، هشتمین کنگره‌ی مهندسی عمران، بابل، ایران.

۴- عسگری مارنانی ج و پنجی م، (۱۳۸۶)، "روش اجزای مرزی (تئوری و کاربرد)"، جلد اول، چاپ اول، انتشارات نیوشانگار، تهران.

5- Augarde, C. E. and Burd, H. J. (2001). "Three-dimensional finite element analysis of lined tunnels." *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 25(3), 243-262.

6- Brebbia, C. A. and Dominguez, J. (1992). "Boundary element introduction course." Second edition. Southampton computational mechanics publications.

7- Dong, C. Y. and Lo, S. H. (2013). "Boundary element analysis of an elastic half-plane containing nanoinhomogeneities." *International journal of Computational Materials Science*. 73(June), 33-40.

8- Duffy, D. G. (2001). "Green's function with applications." Chapman & Hall/CRC press. Boca Raton. FL.

9- Garner, C. D. and Coffman, R. A. (2013). "Subway tunnel design using a ground surface

- 23- Telles, J. C. F. and Brebbia, C. A. (1980). "Boundary element solution for half-plane problems." *International journal of solids structures*. 17(12), 1149-1158.
- 24- Verruijt, A. (1998). "Deformations of an elastic half plane with a circular cavity." *International journal of solids structures*. 35(21), 2795-2804.
- 25- Xiao, B. and Carter, J. P. (1993). "Boundary element analysis of anisotropic rock masses." *Engineering analysis with boundary elements*. 11(4), 293-303.
- 26- Yang, L. and Sterling, R. L. (1989). "Back analysis of rock tunnel using boundary element method." *Journal of geotechnical engineering*. 115(8), 1163-1169.
- 20- Mindlin, R. D. (1948). "Stress distribution around a hole near the edge of a plate under tension." *Proc soc exp stress anal*. pp 56-68.
- 21- Mroueh, H. and Shahrou, I. (2002). "Three-dimensional finite element analysis of the interaction between tunneling and pile foundations." *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 26(3), 217-230.
- 22- Panji, M. Asgari Marnani, J. and Tavousi Tafreshi, Sh. (2011). "Evaluation of effective parameters on the underground tunnel stability using BEM." *Journal of structural engineering and geotechnics*. 1(2). 29-37.