

نوع مقاله: مروری

چکیده

تحلیل مسائل انتشار موج و تبیین نقاط مجهول آن، موضوعی است که از دهه‌ها قبل همواره مورد توجه محققان عرصه‌های مختلف علوم بوده و مطالعات زیادی بدان معطوف شده است. در این میان رفتارسنجی واقعی عوارض توپوگرافی موجود در طبیعت نشان داده است که بروز رفتار غیرایزوتروپ در آنها متأثر از دلایل گوناگون همچون اثرات ناشی از رسوب‌گذاری، هوازدگی، لایه‌بندی، ناهمگنی‌های زیرسطحی، تورق و... می‌باشد؛ بنابراین در این مقاله، به پیشینه‌ی تحقیقات حاکم بر انتشار موج مهاجم برون‌صفحه‌ی SH در یک محیط الاستیک خطی ناهمسان اورتوتروپ با تکیه بر عوارض توپوگرافی به عنوان مطالعه‌ی موردی پرداخته شده است. ضمن اشاره‌ی مختصر به مبانی الاستیسیته‌ی مصالح ناهمسان و معادله‌ی موج اسکالر، در ادامه به ادبیات فنی توابع گرین مستخرج در حل مسئله مزبور ارائه شده است. با تقسیم‌بندی رویکردهای تحلیل مسئله به سه دسته روش تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی، مطالعات مربوطه در هر دسته طبقه‌بندی و به ترتیب توسعه معرفی شده است. به لحاظ تناسب و گسترش روش اجزای مرزی در تحلیل مسائل انتشار موج به‌ویژه عوارض توپوگرافی، این روش بر اساس دو فرآیند فرمول‌بندی محیط کامل و نیم‌فضا تمیز داده شده و ادبیات منوط به تفکیک در دو محیط ایزوتروپ و اورتوتروپ بسط داده شده است. این نوشته به عنوان نقطه‌ی آغازین به کلیه‌ی محققان و پژوهشگران علاقه‌مند به حوزه‌ی تحلیل لرزه‌ای ساختمان همسان و ناهمسان پیشنهاد می‌شود.

واژگان کلیدی: روش اجزای مرزی، رویکردهای تحلیلی، روش‌های عددی، عوارض توپوگرافی، موج SH.

مروری بر تحلیل انتشار موج SH در عوارض توپوگرافی اورتوتروپ

سعید مجتبی‌زاده حسنلوئی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان، ایران

مهدی پنجمی (نویسنده مسئول)

استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان، ایران، m.panji@iauz.ac.ir

محسن کمالیان

استاد، پژوهشکده‌ی مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

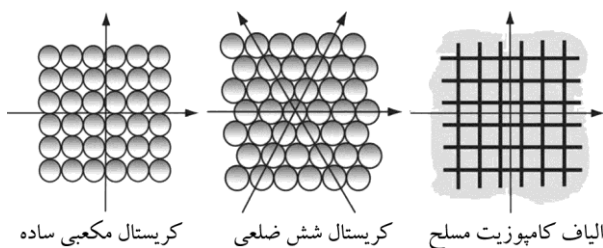
۱- مقدمه

نظر گرفتن ناهمسانگردی محیط بسیار حائز اهمیت است. در اکثر مطالعات، محققان با فرض رفتار ایزوتروپ (همسان) به مدل‌سازی و تحلیل مسائل دو بعدی و سه‌بعدی می‌پردازند. اگرچه این پژوهش‌ها می‌توانند دیدگاه مناسبی از انتشار موج در محیط همسان ارائه نمایند، اما همچنان تفاوت قابل ملاحظه‌ای میان رفتار حقیقی مصالح در مقایسه با پاسخ حاصل از مدل‌های عددی وجود دارد. با توسعه‌ی فناوری و پیشرفت ابزارهای محاسباتی، برخی پژوهشگران توانستند با توجه به خواص غیرایزوتروپ (ناهمسان) و از آن جمله اورتوتروپ محیط، پراکنش موج را از منظری حقیقی‌تر مورد مطالعه قرار دهند.

مسئله‌ی انتشار موج موضوعی است که از دیرباز مورد توجه محققان قرار گرفته است؛ زیرا حل این مسئله در عرصه‌های گوناگون چون مهندسی عمران، مکانیک و حتی پزشکی نیز می‌تواند در رفع نقاط مجهول متمر ثمر واقع شود. پیچیدگی موجود در مسئله‌ی مزبور موجب شده است تا پژوهشگران برای تحلیل آن به‌سوی روش‌های نوین روی آورند. تحلیل ساده‌تر و در عین حال دقیق‌تر مسئله می‌تواند در بالا بردن گستره‌ی این دانش، نقش بسیار مهمی ایفا نماید؛ بنابراین، به‌منظور ارائه‌ی یک طرح قابل قبول و به دور از هرگونه تقریب ناشی از مدل‌سازی، شناخت و شبیه‌سازی مطلوب مسئله‌ی پراکنش موج با در

۲- مصالح ناهمسان

مصالحی که در آن، پاسخ تنش- کرنش در امتداد یک محور متفاوت از سایر محورها باشد در اصطلاح مصالح ناهمسان نامیده می‌شود. از جمله محققان پیشتاز در عرصه‌ی شناخت رفتار مصالح ناهمسان می‌توان به لاو [۴]، هیرمون [۵]، لخنیتسکی [۶]، تینگ [۷] اشاره نمود. با توجه به کاربرد وسیع مواد کامپوزیت و مصالح متشکل از الیاف و ذرات با رفتار ناهمسانگرد، لزوم آگاهی از عملکرد آنها به‌ویژه در برابر انتشار موج نقش حائز اهمیت ایفا می‌نماید [۸-۹]. رفتار اجسام ناهمسانگرد وابسته به راستای محورهای مختصات بوده و معمولاً از ویژگی ساختاری منحصر به فرد درون مصالح نشأت می‌گیرد، به طوری که پاسخ حاصل از آنها همواره در تقارن خاصی از محیط جسم پدید می‌آید. این مفهوم بر اصل نیومن^۲ صحه گذارده و بیانگر تطابق تقارن در ریزساخت ماده با پاسخ کلی مصالح می‌باشد [۴]. در شکل (۱) مدل شماتیک دوبعدی از انواع ناهمسانگردی در مصالح نشان داده شده است.



شکل (۱): انواع ریزساختارها در مصالح ناهمسانگرد (فلش‌ها بیانگر محور تقارن در مصالح می‌باشد) [۱۰].

چنانچه مشاهده می‌شود، اجسام کریستالی با چینش اتمی ویژه، منتج به رفتار یکسان در جهات محورهای تقارن می‌شوند. همچنین، الیاف کامپوزیت مسلح نیز با چیدمان ۹۰ درجه، رفتار یکسان در دو امتداد عمود بر هم را پدید می‌آورد که به‌نوعی مبین خواص اورتوتروپی در محیط می‌باشد [۱۱].

۳- تقارن در مصالح

به‌طور کلی در مصالح ناهمسان، ۲۱ ثابت الاستیک مستقل برای توصیف ویژگی یک ماده‌ی خاص مورد نیاز است که با در

البته بر خلاف حالت ایزوتروپ، تاکنون مطالعات اندک در رابطه با پراکنش امواج الاستیک در محیط اورتوتروپ صورت گرفته است.

از سوی دیگر، نقش پر اهمیت عوارض توپوگرافی سطحی و زیرسطحی همچون دره، تپه، حفره و ناهمگنی بر پراکنش امواج گذرا و متعاقباً پاسخ لرزه‌ای سطح زمین، موجب شده است تا امروزه محققان مختلف مطالعات خود را بر این حوزه متمرکز نمایند. اهمیت این مسئله سبب شده است تا نتوان از آن به‌ویژه در کشور پهناور ایران که در منطقه‌ای با شرایط شدید لرزه‌خیزی و ناهمسانی توپوگرافی واقع شده، به سهولت عبور نمود. حضور این چنین عوارض می‌تواند به طرق مختلف از جمله ایجاد تفرق، انعکاس، خزش و انحصار، ماهیت اولیه‌ی امواج ورودی را دستخوش تغییر قرار داده و منجر به بروز بزرگنمایی/کوچکنمایی^۱ در نواحی مختلف سطح زمین در حین رخداد زمین‌لرزه گردد [۱]. رفتارسنجی واقعی عوارض توپوگرافی موجود در طبیعت نشان می‌دهد به دلیل اثر ناشی از رسوب‌گذاری، هوازدگی، لایه‌بندی، ناهمگنی زیرسطحی، تورق و ... دارای رفتار غیرایزوتروپ می‌باشند [۲-۳]. بدین ترتیب، عوامل مختلف بر پاسخ لرزه‌ای سطح زمین مؤثر بوده که به‌طور کلی می‌توان به خصوصیات منبع موج، مسیر حرکت و پراکنش امواج در ساختگاه مورد نظر از یک سو و بافت زمین‌شناسی منطقه از سوی دیگر اشاره نمود. در این پژوهش، پس از مرور ادبیات فنی و اهم تحقیقات صورت گرفته پیرامون روش‌های مختلف تحلیلی و عددی انتشار موج در محیط اورتوتروپ، به طبقه‌بندی جامع مطالعات انجام شده توسط روش اجزای مرزی در تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی ناهمسان پرداخته شده است. همچنین، روند توسعه‌ی روش‌های مرزی و توابع کلیدی آن یعنی توابع گرین در محیط‌های کامل و نیم‌فضا برای تحلیل مسائل گوناگون مهندسی جمع‌بندی و بررسی شده است. شایان ذکر است، در این میان به برخی مکتوبات پیرامون تحلیل صفحات اورتوتروپ نیز اشاره شده است.

از بازنویسی رابطه‌ی (۲) بر حسب ضرایب رابطه‌ی (۳) خواهیم داشت:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (۴)$$

که E_i مین مدول الاستیک در امتداد i ام، G_{ij} مدول برشی در صفحه‌ی i ام و امتداد j ام و ν_{ij} ضریب پواسون متناظر می‌باشد. با فرض مصالح اورتوتروپ در محیط دوبعدی x و z ، رابطه‌ی (۴) با دو ثابت الاستیک مطابق زیر بازنویسی می‌شود [۷، ۱۰]:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & C_{44} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{66} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

۴- معادله‌ی موج اسکالر اورتوتروپ

معادله‌ی دیفرانسیل موج اسکالر و شرایط مرزی حاکم بر یک محیط نیم‌فضای الاستیک خطی همگن اورتوتروپ به ترتیب در زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

$$\mu_x \cdot \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial x^2} + \mu_z \cdot \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial z^2} + \quad (۶)$$

$$b(x, z, t) = \rho \cdot \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2}$$

$$\left[\mu_z \frac{\partial u(x, z, t)}{\partial z} n_z + \mu_x \frac{\partial u(x, z, t)}{\partial x} n_x \right] = 0 \quad (۷)$$

یا

$$\mu_z \frac{\partial u(x, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$$

به‌طوری‌که $u(x, z, t)$ تغییر مکان خارج از صفحه در مختصات (x, z) و در زمان حاضر t ، ρ چگالی و μ مدول

نظر گرفتن تقارن در محیط، تعداد مدول‌های الاستیک مستقل مورد نیاز کاهش می‌یابد. جزئیات مبحث مذکور در مطالعات ژنگ و اسپنسر [۱۲] و کاوین و مهرآبادی [۱۳] ارائه شده است. رابطه‌ی عمومی تنش- کرنش (قانون هوک) به صورت زیر تعریف می‌شود:

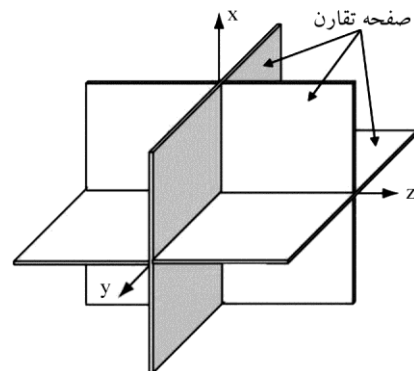
$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (۱)$$

که در آن، σ_{ij} مین مؤلفه‌های تنش، ε_{kl} مؤلفه‌های کرنش و C_{ijkl} ثابت الاستیک می‌باشند. فرم ماتریسی رابطه‌ی فوق با ۲۱ ثابت مستقل را می‌توان به صورت رابطه‌ی (۲) ارائه نمود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ \cdot & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ \cdot & \cdot & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ \cdot & \cdot & \cdot & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{55} & C_{56} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (۲)$$

که τ_{ij} و γ_{ij} به ترتیب تنش و کرنش برشی هستند. چنانچه ماده‌ای دارای دو یا سه صفحه‌ی تقارن عمود بر هم باشد، اورتوتروپ نامیده می‌شود. به‌منظور سهولت، این صفحات منطبق بر محورهای مختصات، همانند شکل (۲) در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب، ماتریس الاستیسیته مصالح اورتوتروپ سه‌بعدی با ۹ ثابت الاستیک به صورت رابطه‌ی (۳) بیان می‌شود:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & C_{44} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{55} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{66} \end{bmatrix} \quad (۳)$$



شکل (۲): تقارن سه‌صفحه‌ای در مصالح اورتوتروپ سه‌بعدی [۱۰].

$$\frac{\partial u(x, z, t)}{\partial n} \Big|_{z=0} = 0 \quad (9)$$

که در رابطه‌ی فوق c سرعت موج برشی و برابر با $\sqrt{\mu/\rho}$ می‌باشد.

۵- حل اساسی^۴/توابع گرین^۵

مفهوم حل اساسی به تدریج در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم آشکار گردید. این پاسخ‌ها به‌طور مستقیم در حل مسائل انتشار امواج قابل کاربرد می‌باشد. استوکس [۱۸] توانست پاسخ‌گذارای معادله‌ی الاستودینامیک حاکم بر یک محیط ایزوتروپ همگن را برای اولین بار معرفی نماید. در کتاب کاسل [۱۴] جزئیات حل‌های اساسی و توابع گرین الاستودینامیک تشریح شده است.

۵-۱- توابع گرین محیط کامل اورتوتروپ

از جمله مطالعات بنیادی منتج به حل اساسی/توابع گرین اورتوتروپ می‌توان به پژوهش بنجامیا و سیکارسکی [۱۹] اشاره نمود. پس از آن، رویوگونزالز و منزون [۲۰] توابع گرین یک محیط اورتوتروپ با ترک‌های محدود را تحت بارگذاری برشی تعیین نمودند. واتانابه و پیتون [۲۱] توانستند توابع هارمونیک محیط الاستیک اورتوتروپ استوانه‌ای را در برابر امواج SH به دست آورند. در طی سال‌های اخیر، چیانگ [۲۲-۲۳] توانست به تعیین توابع گرین محیط الاستیک دوبعدی اورتوتروپ مشتمل بر ناهمگنی‌های چندضلعی و بیضوی بپردازد.

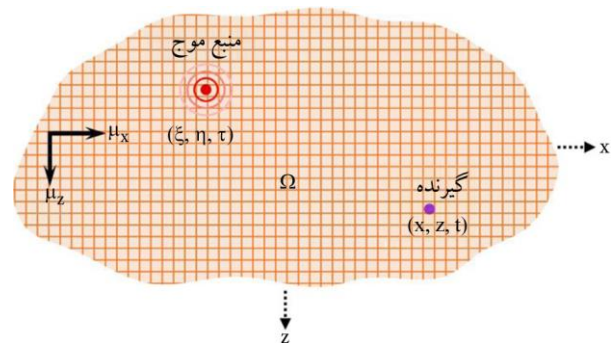
۵-۲- توابع گرین نیم‌فضای اورتوتروپ

در این خصوص محققان اندکی چون راجاپاکس و وانگ [۲۴] توانستند توابع گرین الاستودینامیک هارمونیک را برای یک نیم‌صفحه‌ی اورتوتروپ ارائه نمایند. در این پژوهش، پاسخ حاصل بر اساس بارگذاری مدفون هارمونی زمان شکل گرفته و به‌صورت تبدیلات انتگرال فوریه نشان داده شده است.

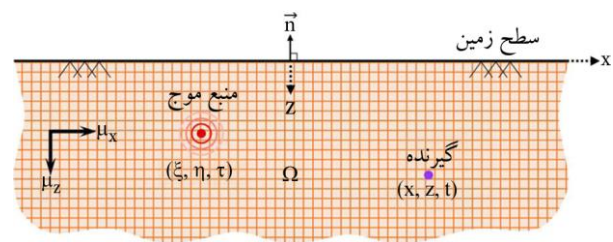
۶- رویکردهای تحلیل مسئله

رویکردهای مدل‌سازی و تحلیل دو/سه‌بعدی مسائل انتشار

برشی، b نیروی حجمی خارج از صفحه و n بردار نرمال عمود بر سطح زمین می‌باشد. در ادبیات فنی از C_{66} و C_{44} معادله‌ی (۵) به ترتیب به عنوان μ_x و μ_z یاد شده است [۱۵-۱۶]. چنانچه معادله‌ی (۶) بدون در نظر گرفتن شرایط مرزی (۷) و صرفاً بر اثر اعمال یک پالس نقطه‌ای واحد خارج از صفحه، حل منفرد^۳ شود منجر به تشکیل حل‌های اساسی محیط کامل می‌شود. در شکل (۳) یک محیط کامل اورتوتروپ نشان داده شده است. برای تعیین حل‌های اساسی یا توابع گرین نیم‌فضا می‌بایست معادلات (۶) و (۷) به‌طور هم‌زمان حل شوند (شکل ۴).



شکل (۳): یک ضربه‌ی واحد خارج از صفحه در محیط کامل الاستیک اورتوتروپ.



شکل (۴): یک ضربه‌ی واحد خارج از صفحه در نیم‌فضای الاستیک اورتوتروپ.

با توجه به یکتایی مدول برشی در مصالح ایزوتروپ و با برابر فرض نمودن μ_x و μ_z در رابطه‌ی (۶)، معادله‌ی اسکالر موج و شرایط مرزی نیم‌فضا برای یک محیط الاستیک خطی همگن و همسان به‌صورت زیر به دست می‌آید [۱۷]:

$$\frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial z^2} + b(x, z, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2} \quad (8)$$

یا میدان صفر^{۱۳} و روش بوچان-کمپیلو^{۱۴} اشاره کرد [۳۶-۳۸]. در روش‌های مزبور پاسخ مسئله به صورت مجموعه‌ای از موج ورودی و معادلات انتگرال کوپل با اقتناع شرایط پیوستگی حاکم به دست می‌آید. چن و همکاران [۳۹]، چن و لیو [۴۰]، رنجلو و همکاران [۴۱] و باگالت و همکاران [۴۲] محققانی بودند که توانستند از رویکردهای نیمه تحلیلی جهت محاسبه‌ی پاسخ گذرا و پراکنش امواج در محیط اورتوتروپ بهره بگیرند. لازم به ذکر است، روش‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی بر اساس حل گام‌به‌گام مبتنی بر ریاضیات نهادینه شده و از مزایای مهم آنها می‌توان دقت بسیار بالا را برشمرد.

۶-۳- روش‌های عددی

در دهه‌های اخیر، پیشرفت قطعات الکترونیکی و افزایش قدرت رایانه‌ها زمینه‌ساز رشد قابل توجه روش‌های عددی برای تحلیل مسائل گوناگون مهندسی شده است. در این روش‌ها به دلیل انعطاف‌پذیری بالا، امکان مدل‌سازی و تحلیل مسائل پیچیده و دشوار انتشار موج به سهولت فراهم شده است [۲۵]. بر اساس ادبیات فنی، روش‌های عددی را می‌توان در سه دسته‌ی اصلی شامل روش‌های حجمی، مرزی و تلفیقی تقسیم‌بندی نمود [۴۳]. در ادامه، ضمن اشاره به ادبیات روش‌های حجمی، رویکردهای مرزی به شکل مبسوط معرفی شده و پیشینه‌ی آن طبقه‌بندی می‌شود.

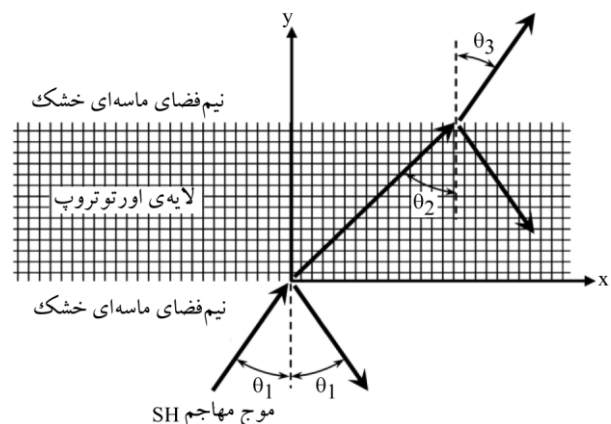
۶-۲- روش‌های حجمی

از جمله نام‌آشناترین روش‌های حجمی می‌توان به روش اجزای محدود (FEM)^{۱۵} و تفاضل محدود (FDM)^{۱۶} اشاره نمود. در استفاده از روش‌های حجمی، لازم است کل دامنه‌ی مورد نظر گسسته‌سازی شده و مرزهای جاذب انرژی امواج در پیرامون مدل در نظر گرفته شوند؛ بدین ترتیب می‌توان مسائل با مرزهای بی‌نهایت و نیمه‌بی‌نهایت را تحلیل نمود. در کاربرد روش‌های حجمی برای تحلیل محیط اورتوتروپ می‌توان تحقیقات ایدل و گروتمن [۴۴]، اسلادک و همکاران [۴۵]،

امواج و به طور کاربردی در تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی را می‌توان در یک دسته‌بندی کلی به روش‌های تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی تفکیک نمود [۲۵]. در بخش زیر ضمن معرفی هر روش، ادبیات فنی مربوطه ارائه خواهد شد.

۶-۱- روش‌های تحلیلی

در روش‌های تحلیلی عموماً با بهره‌گیری از فرآیندهای ریاضی چون بسط همخوان تابع موج^{۱۷}، توابع مختلط^{۱۸}، بسط سری‌های فوریه^{۱۹}، بسط توابع بسل^{۲۰}، بسط توابع هنکل^{۲۱} و ... به تعیین پاسخ مسئله می‌پردازند. از جمله مطالعات مهم تحلیلی اخیر در بررسی خواص و پراکنش امواج در محیط اورتوتروپ می‌توان به پژوهش که [۲۶]، وین و همکاران [۲۷]، گوپتا و همکاران [۲۸] (شکل ۵) و راجاک و کاندو [۲۹] اشاره نمود. شایان ذکر است، محققانی چون بکسی و همکاران [۳۰]، وفا و فریرز [۳۱] و سلوانف [۳۲] توانستند به کمک فرآیندهای تحلیلی، تأثیر حضور ترک را در محیط اورتوتروپ مطالعه نمایند. در این میان، پژوهشگرانی چون شیمی و پتل [۳۳]، ورما [۳۴] و آن و همکاران [۳۵] نیز از رویکردهای تحلیلی برای مطالعه‌ی پراکنش امواج الاستیک در صفحات و پوسته‌های اورتوتروپ بهره گرفتند.



شکل (۵): پراکنش موج SH در لایه‌ی اورتوتروپ واقع در میان دو نیم فضای ماسه‌ای خشک [۲۸].

۶-۲- روش‌های نیمه تحلیلی

از جمله روش‌های نیمه تحلیلی مورد استفاده در مطالعات مزبور می‌توان به روش عدد موج اکی-لارنر^{۲۱}، روش ماتریس^{۲۲}T

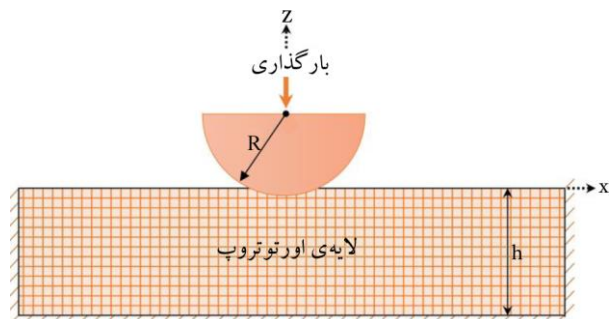
می شود. اما در روش اجزای مرزی غیرمستقیم، معادلات بر حسب یک نوع از مؤلفه های پاسخ بیان شده که عموماً تحت عناوین پتانسیل تک لایه^{۲۲} و پتانسیل دولایه^{۲۳} شناخته می شود [۵۴]. با پیروی از توابع گرین مستخرج از یک محیط کامل یا نیم فضا مطابق بخش (۵)، روش اجزای مرزی نیز در دو محیط مزبور قابلیت فرمول بندی دارد. روش اجزای مرزی از جمله رویکردهای عددی ویژه ای است که در حوزه های تبدیل یافته و زمان توسعه یافته است. کروزر و ریزو [۵۵]، منولیس و بسکوس [۵۶] و دومینگز [۵۳] از جمله محققانی هستند که از روش اجزای مرزی در حوزه های تبدیل یافته بهره گرفته اند. در استفاده از روش اجزای مرزی تقابل دو گانه^{۲۴}، ناردینی و بریبا [۵۷]، چنگ و همکاران [۵۸] و پتریچ و همکاران [۵۹] توانستند به ارائه و توسعه ای یک رویکرد جدید پردازند. مرور تاریخچه ی پیشرفت روش اجزای مرزی بیان می دارد، این روش توسط محققانی چون منصور و بریبا [۶۰-۶۱] و منصور [۶۲] در حالت الاستودینامیک دوبعدی در حوزه ی زمان و برای مسائل سه بعدی توسط کارابالیس و بسکوس [۶۳]، منولیس و بسکوس [۶۴]، آنتس [۶۵]، بیریجی و همکاران [۶۶]، بسکوس [۶۷-۶۸] توسعه یافته است. همچنین نوع ویژه ای از روش اجزای مرزی در حوزه ی زمان مبتنی بر کاتولوشن درجه ی دو توسط شانز و آنتس [۶۹] ارائه شده است.

۸-۱- اجزای مرزی محیط کامل ایزوتروپ

چنانچه در شکل (۷) مشاهده می شود در استفاده از فرمول بندی اجزای مرزی محیط کامل برای تحلیل لرزه ای عوارض توپوگرافی، علاوه بر گسسته سازی سطح زمین تا یک فاصله ی بسیار دور از عارضه ی مورد نظر، بایستی محیط مورد بررسی با تعریف اجزای مجازی پیرامونی بسته شده و از فضای بی نهایت اطراف جداسازی شود [۷۰-۷۱].

در استفاده از فرمول بندی اجزای مرزی محیط کامل در حوزه ی زمان می توان فرایدمن و شاو [۷۲] و کروزر و ریزو [۵۵] را از محققان پیشتاز در این مسئله برشمرد که پژوهش خویش را

پترولیتو [۴۶]، انگوین و همکاران [۴۷]، گولر و همکاران [۴۸]، گوپتا و همکاران [۴۹] و اخیراً کومز و همکاران [۵۰] (شکل ۶) را مد نظر قرار داد.



شکل (۶): مدل المان محدود یک محیط اورتوتروپ برای مسئله ی بارگذاری تماسی [۵۰].

لازم به ذکر است، برخی محققان همچون لی و همکاران [۵۱-۵۲] از رویکردی موسوم به روش معادله ی انتگرال حجمی موازی^{۱۷} برای مطالعه ی پراکنش موج SH در حضور ناهمگنی چندگانه و لایه ای اورتوتروپ بهره گرفته اند. در این روش، گسسته سازی صرفاً برای محیط درون ناهمگنی لحاظ شده است.

۸-۲- روش های مرزی

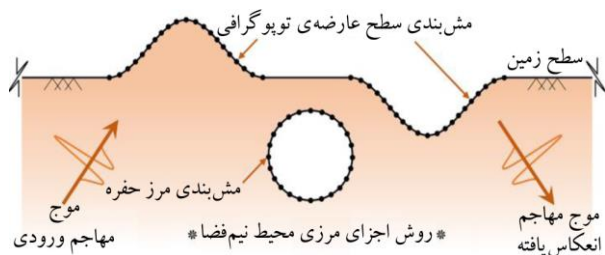
روش های مرزی از جمله ایده آل ترین روش ها جهت تحلیل مسائل انتشار و پراکنش امواج در حضور عوارض توپوگرافی ناهمسان می باشد. اگرچه این روش ها دارای محدودیت هایی چون فرمول بندی پیچیده و عدم توسعه ی مکفی برای محیط های غیرخطی و چندفازه می باشد، اما سهولت در مدل سازی، دقت بالا، کاهش قابل توجه در حجم محاسبات و مدت زمان تحلیل از جمله مزایای بارز آنها می باشد [۵۳]. روش های مرزی با قدمتی در حدود نیم قرن، با عناوینی چون روش مرزی (BM)^{۱۸}، معادلات انتگرال مرزی (BIE)^{۱۹}، روش انتگرال مرزی (BIM)^{۲۰} و اخیراً روش اجزای مرزی (BEM)^{۲۱} شناخته شده است. به طور کلی فرمول بندی روش اجزای مرزی به دو صورت مستقیم و غیرمستقیم صورت می پذیرد. در فرمول بندی مستقیم که امروزه مرسوم تر است، پاسخ هر نقطه از محیط مورد بررسی به طور صریح بر حسب تغییر مکان و نیروی سطحی نقاط مرزی مطرح

نتایج حاصل تا آن زمان دانست. پس از آن، کامالیان و همکاران [۸۷] هسته‌های محیط کامل درون صفحه‌ی اسرائیل و برنجی [۸۸] را اصلاح نموده و از آن در تحلیل مسائل ایزوتروپ ژئوتکنیک لرزه‌ای بهره گرفتند [۸۹-۹۲]. چندی بعد، سهرابی بیدار و همکاران [۹۳] با توسعه‌ی هسته‌های الاستودینامیک ترکشن، توانستند به تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی همگن و همسان سه بعدی پردازند. همچنین، علی‌الهی و همکاران [۹۴-۹۶] در طی پژوهش‌های خویش به تحلیل لرزه‌ای حفرات و تونل‌ها پرداختند. اخیراً، مسئله‌ی اندرکنش تپه با حفره نیز توسط علی‌الهی و آدم‌پیرا [۹۷] مورد بررسی قرار گرفت.

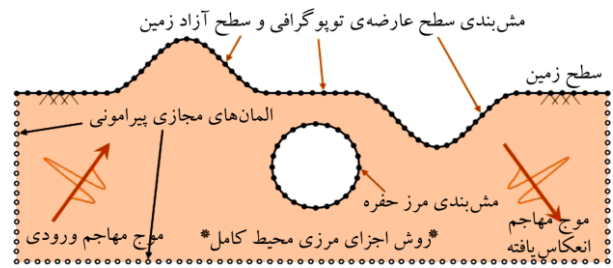
۸-۲- اجزای مرزی نیم‌فضای ایزوتروپ

مطابق شکل (۸) در مدل‌سازی با استفاده از اجزای مرزی نیم‌فضا، امکان تمرکز مش‌ها صرفاً بر روی مرز ناهموار مرتبط با قیود، فراهم شده و شرایط مرزی سطح آزاد زمین با اقناع دقیق در معادلات اعمال می‌گردد [۲۵].

هرچند شرایط مرزی مذکور منجر به افزایش پیچیدگی معادلات خواهد شد، اما عدم نیاز به مش‌بندی سطح زمین و سهولت در مدل‌سازی را به ارمغان می‌آورد. در این رابطه می‌توان تحقیقات پنجی و همکاران [۹۸-۱۰۱]، پنجی و انصاری [۱۰۲-۱۰۴]، پنجی و حبیبی‌وند [۱۰۵]، پنجی و مجتبی‌زاده حسنلوئی [۱۰۶-۱۱۰] و مجتبی‌زاده حسنلوئی و همکاران [۱۱۱] را در تحلیل لرزه‌ای انواع عوارض توپوگرافی سطحی و زیرسطحی ایزوتروپ در برابر امواج مهاجم SH نام برد.



شکل (۸): مدل تهیه شده بر اساس اجزای مرزی نیم‌فضا برای یک عارضه‌ی توپوگرافی دلخواه.



شکل (۷): مدل تهیه شده بر اساس اجزای مرزی محیط کامل برای یک عارضه‌ی توپوگرافی دلخواه.

بر تحلیل مسائل الاستودینامیک اسکالر و درون‌صفحه معطوف ساختند. کول و همکاران [۷۳] نیز فرم بنیادی هسته‌های دینامیکی محیط کامل معادله‌ی اسکالر موج را برای فرمولاسیون اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان پیشنهاد نمودند. اولین فرمول‌بندی جامع اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان برای مسائل الاستودینامیک خارج از صفحه به همراه هسته‌های محیط کامل تغییر مکان و ترکشن (تنش)، توسط منصور [۶۲] و منصور و بریا [۶۰-۶۱] ارائه شد. سپس، آنتس [۶۵] و آنتس و وان استورف [۷۴] توانستند فرمول‌بندی اجزای مرزی محیط کامل در حوزه‌ی زمان را برای شرایط اولیه‌ی غیر صفر توسعه دهند. در ادامه‌ی تحقیقات منصور، دمیرل و وانگ [۷۵]، یو و همکاران [۷۶] و سوارس و منصور [۷۷] با بهبود فرمولاسیون روش اجزای مرزی محیط کامل در حوزه‌ی زمان، توانستند شکل مناسب‌تری از آن را ارائه نمایند. همچنین، نیوا و همکاران [۷۸]، منولیس و بسکوس [۶۴] و منولیس [۷۹] با استفاده از اجزای مرزی دوبعدی در حوزه‌ی زمان، به مقایسه‌ی نتایج دینامیکی حاصل با پاسخ‌های موجود در حوزه‌ی فرکانس پرداختند. کاربرد اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان جهت حل مسائل اندرکنش خاک و سازه در فضای سه‌بعدی توسط کارابالیس و بسکوس [۸۰] نشان داده شد. وان استورف و همکاران [۸۱]، اسلادک و اسلادک [۸۲]، وانگ و همکاران [۸۳] و بیرگیسون و همکاران [۸۴] در راستای بهبود فرمول‌بندی اجزای مرزی محیط کامل در حوزه‌ی زمان و ارائه‌ی کاربردهای آن پیرامون برخی مسائل ویژه گام برداشتند. هسته‌های محیط کامل درون‌برون‌صفحه‌ی ارائه شده توسط اسرائیل و همکاران [۸۵] و برنجی [۸۶] را می‌توان دقیق‌ترین

۸-۳- اجزای مرزی محیط کامل اورتوتروپ

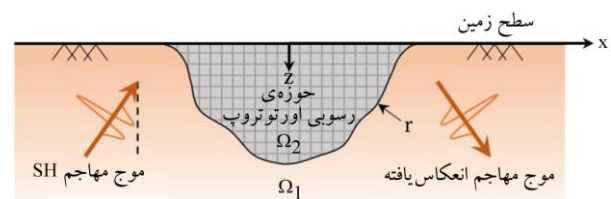
به طور کلی توسعه‌ی روش اجزای مرزی برای محیط‌های اورتوتروپ در مقایسه با حالت ایزوتروپ بسیار اندک می‌باشد. از جمله مطالعات بنیادی با استفاده از روش اجزای مرزی محیط کامل اورتوتروپ می‌توان به تحقیقات اوکامی و همکاران [۱۱۲]، فوجیوارا و تاکناکا [۱۱۳] و سولرو و علی‌آبادی [۱۱۴] اشاره نمود. همچنین، ژانگ [۱۱۵] توانست به کمک معادله‌ی انتگرال مرزی دوبعدی در حوزه‌ی زمان به تحلیل گذرای دینامیکی اجسام ترک شده‌ی اورتوتروپ بپردازد. با استفاده از حل اساسی ایزوتروپ جانبی، چوهان و همکاران [۱۱۶] از روش اجزای مرزی محیط کامل در حوزه‌ی زمان برای مطالعه‌ی پراکنش امواج درون‌صفحه در محیط اورتوتروپ دوبعدی بهره گرفتند.

۸-۴- اجزای مرزی نیم‌فضای اورتوتروپ

در مطالعات نخستین، لئونگ و همکاران [۱۱۷] و هیسادا [۱۱۸] بر پراکنش امواج لرزه‌ای و توسعه‌ی توابع گرین نیم‌فضای چندلایه‌ی اورتوتروپ متمرکز شدند. چندی بعد، پاسخ گذرای نیم‌صفحه‌ی الاستیک اورتوتروپ در حضور حفره با مقطع دلخواه توسط راجاپاکس و گراس [۱۱۹] مورد مطالعه قرار گرفت. با استفاده از رویکرد معادله‌ی انتگرال مرزی غیرمستقیم نیم‌فضا، ژانگ و دراوینسکی [۱۲۰] به بررسی بزرگنمایی امواج SH در حضور یک دره‌ی آبرفتی اورتوتروپ پرداختند (شکل ۹).

در مطالعه‌ی ژانگ و دراوینسکی [۱۲۰]، معادله‌ی حرکت موج اسکالر برون‌صفحه‌ی محیط ناهمگن اورتوتروپ مطابق رابطه‌ی (۱۰) ارائه شده است:

$$C_{66}^{(j)} \cdot \frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} + C_{44}^{(j)} \cdot \frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} = \rho^{(j)} \cdot \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, \quad j=1, 2 \quad (10)$$



شکل ۹: مدل دره‌ی آبرفتی اورتوتروپ با مقطع دلخواه در برابر امواج مهاجم SH [۱۲۰].

که در رابطه (۱۰) z بیانگر دامنه‌ی زام (D_j) می‌باشد. تنش‌های برشی مرزی (τ_{xy} و τ_{yz}) نیز بر اساس روابط (۱۱) و (۱۲) قابل دستیابی است [۱۱]:

$$\tau_{xy} = C_{66}^{(j)} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x}, \quad j=1, 2 \quad (11)$$

$$\tau_{yz} = C_{44}^{(j)} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial z}, \quad j=1, 2 \quad (12)$$

در مطالعه‌ی دیگر، ژانگ و دراوینسکی [۱۱۵] از روش مزبور برای پراکنش امواج الاستیک درون‌صفحه و تغییر مکان حاصل در حضور یک دره‌ی آبرفتی اورتوتروپ با مقطع دلخواه استفاده نمودند. احمد و همکاران [۱۲۱] به کمک روش اجزای مرزی مستقیم نیم‌فضا، مسائل الاستودینامیک در محیط‌های ناهمسان دوبعدی را تحلیل نمودند. جه [۱۲۲] با استفاده از یک تابع گرین تقریبی نیم‌فضا، به تحلیل مسائل ناهمسان به کمک روش اجزای مرزی پرداخت. دینوا و همکاران [۱۶] نیز پراکنش امواج SH در یک نیم‌فضای اورتوتروپ را در حضور حفرات زیرسطحی با استفاده از روش معادله‌ی انتگرال مرزی مورد مطالعه قرار دادند. در مطالعه‌ی دینوا و همکاران [۱۶]، معادله‌ی انتگرال مرزی محیط اورتوتروپ به صورت زیر معرفی شده است:

$$\alpha(\xi)u(x) = \int_{\Gamma} [U^*(x, \xi) \cdot t - T^*(x, \xi) \cdot u] d\Gamma(x) \quad (13)$$

در این رابطه، U^* و T^* به ترتیب حل‌های اساسی نیم‌صفحه‌ی تغییر مکان و تنش، u و t به ترتیب مقادیر تغییر مکان و تنش مرزی، x و ξ به ترتیب بردار موقعیت گیرنده و منبع موج، $\alpha(\xi)$ زاویه‌ی شکست مرزی و Γ مبین مرز جسم می‌باشند. معادله‌ی انتگرال فوق در تحلیل مسائل مشتمل بر ارتعاشات خارجی قابل استفاده است. همچنین، برای حل مسائل لرزه‌ای به کمک معادله‌ی مزبور، برخی اصلاحات لازم است در فرمول‌بندی اعمال شود [۵۳، ۱۲۳].

۹- جمع‌بندی

در این مقاله به اهم مطالعات انجام شده پیرامون انتشار موج SH در محیط الاستیک خطی همگن اورتوتروپ پرداخته شد.

4. Love, A.E.H. (1934) *A Treatise of the Mathematical Theory of Elasticity*. 4th ed, Cambridge Uni. Press, London.
5. Hearmon, R.F.S. (1961) *An Introduction to Applied Anisotropic Elasticity*. Oxford Uni Press, London.
6. Lekhnitskii, S.G. (1981) *Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body*. Mir Pub, Moscow.
7. Ting, T.C.T. (1996) *Anisotropic Elasticity, Theory and Applications*. Oxford Uni. Press, New York.
8. Swanson, S.R. (1997) *Introduction to Design and Analysis with Advanced Composite Materials*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
9. Jones, R.M. (1998) *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis, New York.
10. Sadd, M.H. (2005) *Elasticity: Theory, Applications and Numerics*. 10.1016/B978-0-12-374446-3.X0001-6.
11. Nayfeh, A.H. (1995) *Wave Propagation in Layered Anisotropic Media*. Elsevier, Amsterdam.
12. Zheng, Q.S. and Spencer, A.J.M. (1993) Tensors which characterize anisotropes. *Intl. J. Eng. Sci.*, **31**, 679-693.
13. Cowin, S.C. and Mehrabadi, M.M. (1995) Anisotropic symmetries of linear elasticity. *Appl. Mech. Rev.*, ASME, **48**, 247-285.
14. Kausel, E. (2006) *Fundamental Solutions in Elastodynamics*. Cambridge University Press, 9780511546112. Massachusetts Institute of Technology. 10.1017/CBO9780511546112.
15. Zheng, T., Dravinski, M. (1998) Amplification of SH-waves by an orthotropic basin. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **27**, 243-257.
16. Dineva, P., Manolis, G., Rangelov, T., and Wuttke, F. (2014) SH-wave scattering in the orthotropic half-plane weakened by cavities using BIEM. *Acta Acustica united Acustica*, **100**, 266-276.
17. Eringen, A.C. and Suhubi, E.S. (1975) *Elastodynamics*. Academic Press.
18. Stokes, G.G. (1849) On the dynamical theory of diffraction. *Trans. Camb. Phil. Soc.*, **9**, 1-62.
19. Benjumea, R. and Sikarskie, D.L. (1972) On the

ضمن اشاره‌ی مختصر به مبانی حاکم بر الاستیسیته‌ی محیط‌های ناهمسان، معادله‌ی اسکالر موج و شرایط مرزی سطح زمین در محیط مزبور معرفی شد. ابتدا برخی پژوهش‌های مکتوب در خصوص حصول توابع گرین و کاربرد آن در تحلیل مسائل انتشار موج ارائه شد. سپس با تقسیم‌بندی رویکردهای حل مسئله به سه دسته روش تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی، پیشینه‌ی تحقیق مربوطه بر اساس الگوی توسعه نشان داده شد. با توجه به زمینه‌ی مساعد روش عددی اجزای مرزی در تحلیل مسائل انتشار موج، علاوه بر تمیز فرمول‌بندی این روش در دو محیط کامل و نیم‌فضا، ادبیات در دسترس جمع‌بندی شده و برای هر دو مصالح ایزوتروپ و اورتوتروپ در تقسیم‌بندی مناسب اشاره شد. اگرچه تکیه‌ی اصلی پژوهش حاضر بر عوارض توپوگرافی به عنوان مطالعه‌ی موردی بود، ولیکن در این میان برای تکمیل ادبیات فنی، قابلیت کاربرد مصالح اورتوتروپ در تحلیل دینامیکی صفحات و پوسته‌ها نیز گزارش شد. چنانچه مشاهده شد، در اندک مطالعات موجود به کمک روش اجزای مرزی برای تحلیل مسائل انتشار موج، توسعه‌ی فرمول‌بندی در فضاها‌ی تبدیل یافته انجام پذیرفت؛ بنابراین، مؤلفان حاضر به دنبال تعیین فرمول‌بندی روش اجزای مرزی نیم‌فضای اورتوتروپ در حوزه‌ی زمان می‌باشند که نه تنها به کمک آن بتوان به تحلیل گذرای عوارض توپوگرافی ناهمسان پرداخت، بلکه تحلیل دینامیکی محیط‌های غیرخطی اورتوتروپ نیز در ترکیب با دیگر روش‌های عددی حجمی میسر ساخت.

مراجع

1. Aki, K. (1988) Local site effects and strong ground motion. In: *Proceedings of the Special Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics 2*. Am. Soc. Civil Eng. Park City, UT.
2. Li, Y.G. (1988) *Seismic Wave Propagation in Anisotropic Media with Applications to Denning Fractures in the Earth* [Dissertation]. Uni. Southern California.
3. Babuska, V., Cara, M. (1991) *Seismic Anisotropy in the Earth*. Kluwer Academic Pub, Dordrecht, MA.

30. Baksi, A., Das, S., and Bera, R. (2003) Impact response of a cracked orthotropic medium-revisited. *Int. J. Eng. Sci.*, **41**, 2063-2079.
31. Vafa, J. and Fariborz, S. (2016) Transient analysis of multiply interacting cracks in orthotropic layers. *Europ. J. Mech-A/Sol.*, **60**, 254-276.
32. Selivanov, M. (2019) An edge crack with cohesive zone in the orthotropic body. *Reports of the National Acad. Sci. Ukraine*, **6**, 25-34.
33. Shimpi, R. and Patel, H. (2006) A two variable refined plate theory for orthotropic plate analysis. *Int. J. Sol. Struct.*, **43**, 6783-6799.
34. Verma, K. (2008) On the wave propagation in layered plates of general anisotropic media. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, **4**, 444-450.
35. An, C., Gu, J., and Su, J. (2016) Exact solution of bending problem of clamped orthotropic rectangular thin plates. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, **38**, 601-607.
36. Aki, K. and Larner, K.L. (1970) Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane *SH*-waves, *J. Geophys. Res.*, **75**(5), 933- 954.
37. Varadan, V.K., Varadan, V.V., and Pao, Y.H. (1978) Multiple scattering of elastic waves by cylinders of arbitrary cross section, I, *SH*-waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, **63**, 1310-1319.
38. Campillo, M. and Bouchon, M. (1985) Synthetic *SH*-seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **83**, 307-317.
39. Chen, J., Liu, Z.X., and Zou, Z.Z. (2002) Transient internal crack problem for a nonhomogeneous orthotropic strip (mode I). *Int. J. Eng. Sci.*, **40**, 1761-1774.
40. Chen, J. and Liu, Z.X. (2005) Transient response of a mode III crack in an orthotropic functionally graded strip. *Europ. J. Mech-A/Sol.*, **24**, 325-336.
41. Rangelov, T.V., Manolis, G.D., and Dineva, P.S. (2010) Wave propagation in a restricted class of orthotropic inhomogeneous half-planes. *Acta Mechanica*, **210**, 169-182.
20. Rubio-Gonzalez, C. and Manzon, J.J. (1999) Response of finite cracks in orthotropic materials due to concentrated impact shear load. *J. Appl. Mech.*, **66**, 485-491.
21. Watanabe, K. and Payton, G.R. (2001) Source of a time-harmonic *SH*-wave in a cylindrically orthotropic elastic solid. *Geophys J. Int.*, **145**, 709-713.
22. Chiang C.R. (2016) Problems of polygonal inclusions in orthotropic materials with due consideration on the stress at corners. *Arch. Appl. Mech.*, **86**, 769-785.
23. Chiang, C.R. (2018) Further results on Eshelby's tensor of an elliptic inclusion in orthotropic materials. *Acta Mechanica*. 10.1007/s00707-018-2254-8.
24. Rajapakse, R.K.N.D. and Wang, Y. (1991) Elastodynamic Green's functions of orthotropic half plane. *J. Eng. Mech.*, ASCE, **117**(3), 588-604.
25. Panji, M., Kamalian, M., Asgari-Marnani, J., and Jafari, M.K. (2013) Transient analysis of wave propagation problems by half-plane BEM. *Geophys J. Int.*, **194**, 1849-1865.
26. Ke, J. (2012) A new model of orthotropic bodies. *Appl. Mech. Mater.*, **204**, 4418-4421.
27. Vinh, P.C., Anh, V.T.N., and Nguyen, N.T.K. (2016) Exact secular equations of Rayleigh waves in an orthotropic elastic half-space overlaid by an orthotropic elastic layer. *Int. J. Sol. Struct.*, **83**, 65-72.
28. Gupta, S., Smita, S., and Pramanik, S. (2017a) Refelction and refraction of *SH*-waves in an orthotropic layer sandwiched between two distinct dry sandy half-space. *Procedia Eng.*, **173**, 1146-1153.
29. Rajak, B.P. and Kundu, S. (2019) Love wave propagation in a sandy layer under initial stress lying over a pre-stressed heterogeneous orthotropic half-space. *AIP Conference Proceedings*, **2061**(1):020015. 10.1063/1.5086637.

52. Lee, J.K., Lee, H., and Jeong, H. (2016) Numerical analysis of *SH*-wave field calculations for various types of a multilayered anisotropic inclusion. *Eng. Analy. BE*, **64**, 38-67.
53. Dominguez, J. (1993) *Boundary Elements in Dynamics*. Comp. Mech. Pub., Southampton, Boston.
54. Brebbia, C.A. and Dominguez, J. (1989) *Boundary Elements an Introductory Course*. Comp Mech Pub, Southampton, Boston.
55. Cruse, T.A. and Rizzo, F.J. (1968) A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. *J. Math. Analy. Applic.*, **22**, 244-259.
56. Manolis, G.D. and Beskos, D.E. (1987) *Boundary Element Methods in Elastodynamics*. Unwin and Allen, London.
57. Nardini, D. and Brebbia, C.A. (1982) 'A new approach to free vibration analysis using boundary elements'. In Brebbia, C.A. (Ed): *Boundary Element Methods*, 312-326, Springer-Verlag, Berlin.
58. Cheng, A.H.D., Young, D.L., and Tsai, C.C. (2000) Solution of Poisson's equation by iterative DR-BEM using compactly supported positive definite radial basis functions. *Eng. Analy. BE*, **24**, 549-557.
59. Patridge, P.W., Brebbia, C.A., and Wrobel, L.C. (1992) *The Dual Reciprocity Boundary Element Method*. Comp. Mech. Pub., Southampton.
60. Mansur, W.J. and Brebbia, C.A. (1982a) Formulation of the boundary element method for transient problems governed by the Scalar wave equation. *Appl. Math. Model*, **6**(4), 307-311.
61. Mansur, W.J. and Brebbia, C.A. (1982b) Numerical implementation of the boundary element method for two-dimensional transient scalar wave propagation problems. *Appl. Math. Model*, **6**(4), 299-306.
62. Mansur, W.J. (1983) *A Time-Stepping Technique to Solve Wave Propagation Problems Using the Boundary Element Method*. Ph.D. Dissertation, University of Southampton.
42. Bagault, C., Nélias, D., and Baietto, M. (2012) Contact analyses for anisotropic half space: effect of the anisotropy on the pressure distribution and contact area. *Int. J. Sol. Struct.*, **134**(3), 031401-031409.
43. Sanchez-Sesma, F.J., Palencia, V.J., and Luzon, F. (2002) Estimation of local site effects during earthquakes: An overview. *ISET J. Earthquake Technol.*, **39**(3), 167-193.
44. Eidel, B. and Gruttmann, F. (2003) Elastoplastic orthotropy at finite strains: multiplicative formulation and numerical implementation. *Comput. Mater. Sci.*, **28**, 732-742.
45. Sladek J., Sladek V., Zhang C., Krivacek J., and Wen P. (2006) Analysis of orthotropic thick plates by meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) method. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **67**, 1830-1850.
46. Petrolito, J. (2014) Vibration and stability analysis of thick orthotropic plates using hybrid-Trefftz elements. *Appl. Math. Model*, **38**, 5858-5869.
47. Nguyen, M., Nha, N., Bui, T.Q., and Tich, T.T. (2017) A novel numerical approach for fracture analysis in orthotropic media. *Sci. Tech. Dev. J.*, **20**, 5-13.
48. Guler, M.A., Kucuksucu, A., Yilmaz, K., and Yildirim, B. (2017) On the analytical and finite element solution of plane contact problem of a rigid cylindrical punch sliding over a functionally graded orthotropic medium. *Int. J. Mech. Sci.*, **120**(C), 12-29.
49. Gupta, S., Smita, S., and Pramanik, S. (2017b) *SH*-wave in a multilayered orthotropic crust under initial stress: A finite difference approach. *Cogent Math.*, **4**(1), 10.1080/23311835.2017.1284294.
50. Comez, I., Yilmaz, K., Guler, M., and Yildirim, B. (2019) On the plane frictional contact problem of a homogeneous orthotropic layer loaded by a rigid cylindrical stamp. *Arch. Appl. Mech.*, **89**, 1403-1419.
51. Lee, J.K., Han Y.B., and Ahn, Y.J. (2015) *SH*-wave scattering problems for multiple orthotropic elliptical inclusions. *Adv. Mech. Eng.*, **5**, 1-14.

- response amplification due to topographic influences. *Proc. 9th World Conference on Earth Eng.*, Tokyo-Kyoto, **3**, 411-416.
75. Demirel, V. and Wang, S. (1987) An efficient boundary element method for two-dimensional transient wave propagation problems. *Appl. Math. Modeling*, **11**(6), 411-416.
76. Yu, G., Mansur, W.J., Carrer, J.A.M., and Gong, L. (2000) Stability of Galerkin and collocation time-domain boundary element methods as applied to the scalar wave equation. *Comput. Struct.*, **74**(4), 495-506.
77. Soares, J.D. and Mansur, W.J. (2009) An efficient time-truncated boundary element formulation applied to the solution of the two-dimensional scalar wave equation. *Eng. Anal. BE.*, **33**(1), 43-53.
78. Niwa, Y., Fukui, T., Kato, S., and Fujiki, K. (1980) An application of the integral equation method to two-dimensional elastodynamics. *Theor. Appl. Mech.*, **28**, 281-290.
79. Manolis, G.D. (1983) A comparative study on three boundary element method approaches to problems in elastodynamics. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **19**, 73-91.
80. Karabalis, D.L. and Beskos, D.E. (1962) Diffraction of pulses by cylindrical obstacles of arbitrary cross section. *J. Appl. Mech.*, **29**(1), 40-46.
81. Von Estorff, O., Pais, A.L., and Kausel, E. (1990) Some observations on time domain and frequency-domain boundary elements. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **29**, 785-800.
82. Sladek, V. and Sladek, J. (1992) Time marching analysis of boundary integral equations in two-dimensional elastodynamics. *Eng. Anal. Bound. Elem.*, **9**, 21-29.
83. Wang, C.C., Wang, H.C., and Liou, G.S. (1996) Two-dimensional elastodynamic transient analysis by QL timedomain BEM formulation. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **39**, 951-958.
84. Birgisson, B., Siebrits, E., and Peirce, A.P. (1999) Elastodynamic direct boundary element methods
63. Karabalis, D.L. and Beskos, D.E. (1984) Dynamic response of 3D rigid surface foundations by time-domain boundary element method. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **12**, 73-93.
64. Manolis, G.D. and Beskos, D.E. (1981) Dynamic stress concentration studies by boundary integrals and Laplace transforms. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **17**(4), 573-599.
65. Antes, H. (1985) A boundary elements procedure for transient wave propagation in two-dimensional isotropic elastic media, *FEl Analy. Des.*, **1**, 313-322.
66. Banerjee, P.K., Ahmad, S., and Manolis, G.D. (1986) Transient elastodynamic analysis of 3D problems by boundary element method. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **14**, 933-949.
67. Beskos, D.E. (1987) Boundary element methods in dynamic analysis. *Appl. Mech. Rev.*, **40**(1), 1-23.
68. Beskos, D.E. (1997) Boundary element methods in dynamic analysis: Part II (1986-1996). *Appl. Mech. Rev.*, **50**(3), 149-197.
69. Schanz, M. and Antes, H. (1997) Application of operational quadrature methods in time domain boundary element methods. *Meccanica*, **32**, 179-186.
70. Ahmad, S. and Banerjee, P.K. (1988) Multi-domain BEM for two-dimensional problems of elastodynamics. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **26**(4), 891-911.
71. Heymsfield, E. (1997) Infinite domain correction for anti-plane shear waves in a two-dimensional boundary element analysis. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **40**, 953-964.
72. Friedman, M.B. and Shaw, R. (1962) Diffraction of pulses by cylindrical obstacles of arbitrary cross section. *J. Appl. Mech.*, **29**(1), 40-46.
73. Cole, D.M., Kosloff, D.D., and Minster, J.B. (1978) A numerical boundary integral method for elastodynamics. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **68**, 1331-1357.
74. Antes, H. and Von Estorff, O. (1988) Seismic

- (2009) Time-domain BEM for three-dimensional site response analysis of topographic structures. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **79**, 1467-1492.
94. Alielahi, H., Kamalian, M., Marnani, J., Jafari, M.K., and Panji, M. (2013) Applying a time-domain boundary element method for study of seismic ground response in the vicinity of embedded cylindrical cavity. *I. J. Civil Eng. (IJCE)*, **11**, 45-54.
 95. Alielahi, H., Kamalian, M., and Adampira, M. (2015) Seismic ground amplification by unlined tunnels subjected to vertically propagating SV and P waves using BEM, *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, **71**, 63-79.
 96. Alielahi, H., Kamalian, M., and Adampira, M. (2016) A BEM investigation on the influence of underground cavities on the seismic response of canyons. *Acta Geotechnica*, **11**, 391-413.
 97. Alielahi, H. and Adampira, M. (2018) Evaluation of 2D Seismic Site Response due to Hill-Cavity Interaction Using Boundary Element Technique. *J. Earthq. Eng.*, **22**(6), 1137-1167.
 98. Panji, M., Kamalian, M., Asgari-Marnani, J., and Jafari, M.K. (2014a) Analysing seismic convex topographies by a half-plane time-domain BEM. *Geophys. J. Int.*, **197**(1), 591-607.
 99. Panji, M., Kamalian, M., Asgari-Marnani, J., and Jafari, M.K. (2014b) Antiplane seismic response from semi-sine shaped valley above embedded truncated circular cavity: A time-domain half-plane BEM. *Int. J. Civil Eng.*, **12**(2-B), 160-173.
 100. Panji, M., Mojtazadeh-Hasanlouei, S., and Yasemi, F. (2020) A half-plane time-domain BEM for SH-wave scattering by a subsurface inclusion. *Comp. Geosci.*, 10.1016/j.cageo.2019.104342.
 101. Panji, M., Mojtazadeh-Hasanlouei, S., and Habibivand, M. (2021) Seismic response of the trapezoidal alluvial hill located on a circular cavity: Incident SH-wave. *Amirkabir J. Civ. Eng.*, **53**(9), 12-12. 10.22060/ceej.2020.18113.6772.
 102. Panji, M. and Ansari, B. (2017a) Modeling pressure pipe embedded in two-layer soil by a with enhanced numerical stability properties. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **46**, 871-888.
 85. Israil, A.S.M., Banerjee, P.K., and Wang, H.C. (1992) Time-domain formulations of BEM for two-dimensional, axisymmetric and three-dimensional scalar wave propagation, Chapter III in *Advanced Dynamic Analysis by BEM*, Eds Banerjee P.K. and Kobayashi S.K. *Els. Appl. Sci.*, London, 75-114.
 86. Banerjee, P.K. (1994) *Boundary Element Methods in Engineering*. McGraw-Hill Book Co, New York.
 87. Kamalian, M., Gatmiri, B., and Sohrabi-Bidar, A. (2003) On time-domain two-dimensional site response analysis of topographic structures by BEM. *J. Seism. Earthq. Eng.*, **5**(2), 35-45.
 88. Israil, A.S.M. and Banerjee, P.K. (1990) Advanced time-domain formulation of BEM for two-dimensional transient elastodynamics. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **29**(7), 1421-1440.
 89. Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., and Gatmiri, B. (2006) Time-domain two-dimensional site response analysis of non-homogeneous topographic structures by a hybrid FE/BE method. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, **26**(8), 753-765.
 90. Kamalian, M., Gatmiri, B., Sohrabi-Bidar, A., and Khalaj, A. (2007) Amplification pattern of 2D semi-sine shaped valleys subjected to vertically propagating incident waves. *Commun. Numer. Methods Eng.*, **23**(10), 871-887.
 91. Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi-Bidar, A., and Razmkhah, A. (2008a) Seismic response of 2D semi-sines shaped hills to vertically propagating incident waves: Amplification patterns and engineering applications. *Earthq. Spectra*, **24**(2), 405-430.
 92. Kamalian, M., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., Taghavi, A., and Rahmani, I. (2008b) Considerations on seismic microzonation in areas with two-dimensional hills. *J. Earth Syst. Sci.*, **117**(2), 783-796.
 93. Sohrabi-Bidar, A., Kamalian, M., and Jafari, M.K.

112. Ohkami, T., Ichikawa, Y., and Kawamoto, T. (1991) A boundary element method for identifying orthotropic material parameters. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, **15**, 609-625.
113. Fujiwara, H. and Takenaka, H. (1994) Calculation of surface waves for a thin basin structure using a direct boundary element method with normal modes. *Geophys J. Int.*, **117**, 69-91.
114. Sollero, P. and Aliabadi, M.H. (1995) Anisotropic analysis of cracks in composite laminates using the dual boundary element method. *Composite Struct.*, **31**(3), 229-233.
115. Zhang, C. (2002) A 2D time-domain BIEM for dynamic analysis of cracked orthotropic solids. *Comput. Model Eng. Sci.*, **3**, 381-398.
116. Chuhan, Z., Yuntao, R., Pekau, O.A., and Feng, J. (2004) Time-domain boundary element method for underground structures in orthotropic media. *J. Eng. Mech.*, ASCE, **130**(1), 105-116.
117. Leung, K.L., Vardoulakis, I.G., Beskos, D.E., and Tasoulas, J.L. (1991) Vibration isolations by trenches in continuously nonhomogeneous soil by the BEM. *Soil. Dyn. Earthq. Eng.*, **10**, 172-179.
118. Hisada, J. (1992) The BEM based on the Green's function of the layered half-space and the normal mode solution. *In Proceedings of Conference on Effects of Surface Geology*, Odawara.
119. Rajapakse, R.K.N.D. and Gross, D. (1995) Transient response of an orthotropic elastic medium with a cavity. *Wave Motion*, **21**, 231-252.
120. Zheng, T. and Dravinski, M. (1999) Amplification of waves by an orthotropic basin: Sagittal plane motion. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **28**, 565-584.
121. Ahmad, S., Leyte, F., and Rajapakse, R.K.N.D. (2001) BEM analysis of two-dimensional elastodynamic problems of anisotropic solids. *J. Eng. Mech.*, ASCE, **27**(2), 149-156.
122. Ge, Z. (2010) Simulation of the seismic response of sedimentary basins with constant-gradient velocity along arbitrary direction using boundary element method: SH-case. *Earthq. Sci.*, **23**, 149-155.
- half-plane BEM. *Comp. and Geotech.*, **81**(C), 360-367.
103. Panji, M. and Ansari, B. (2017b) Transient SH-wave scattering by the lined tunnels embedded in an elastic half-plane. *Eng. Anal. BE.*, **84**, 220-230.
104. Panji, M. and Ansari, B. (2020) Anti-plane seismic ground motion above twin horseshoe-shaped lined tunnels. *Innov. Infrastruct. Solut.*, **5**, 7.10.1007/s41062-019-0257-5.
105. Panji, M. and Habibivand, M. (2020) Seismic analysis of semi-sine shaped alluvial hills above subsurface circular cavity. *Earthq. Eng. & Eng. Vib.*, **19**(4), 903-917.
106. Panji, M. and Mojtazadeh-Hasanlouei, S. (2018) Time-history responses on the surface by regularly distributed enormous embedded cavities: Incident SH-waves. *Earthq. Sci.*, **31**, 1-17.
107. Panji, M. and Mojtazadeh-Hasanlouei, S. (2019) Seismic amplification pattern of the ground surface in presence of twin unlined circular tunnels subjected to SH-waves. *J. Transport Infrast. Eng.*, **5**(3), 111-134. 10.22075/jtie.2019.16056.1342.
108. Panji, M. and Mojtazadeh-Hasanlouei, S. (2020a) Transient response of irregular surface by periodically distributed semi-sine shaped valleys: Incident SH-waves. *J. Earthq. Tsu.*, 10.1142/S1793431120500050.
109. Panji, M. and Mojtazadeh-Hasanlouei, S. (2020b) Transient response of the surface by twin underground inclusions subjected to SH-waves. *Bull. Earthq. Sci. Eng.*, **7**(3), 29-51.
110. Panji, M. and Mojtazadeh-Hasanlouei, S. (2021) Surface motion of alluvial valleys subjected to obliquely incident plane SH-wave propagation. *J. Earthq. Eng.*, 10.1080/13632469.2021.1927886.
111. Mojtazadeh-Hasanlouei, S., Panji, M., and Kamalian, M. (2020) On subsurface multiple inclusions model under transient SH-wave propagation. *Wave Rand Compl. Media.*, 10.1080/17455030.2020.1842553.

123. Saez, A. and Dominguez, J. (1999) BEM analysis of wave scattering in transversely isotropic solids. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **44**, 1283-1300.

واژه‌نامه

Amplification/De-Amplification	۱- بزرگنمایی / کوچکنمایی
Newman Principle	۲- اصل نیومن
Singular Solution	۳- حل منفرد
Fundamental Solution	۴- حل اساسی
Green's Functions	۵- توابع گرین
Wave Function Expansion	۶- بسط همخوان تابع موج
Complex Functions	۷- توابع مختلط
Fourier Series Expansion	۸- بسط سری‌های فوریه
Bessel Function Expansion	۹- بسط توابع بسل
Hankel Function Expansion	۱۰- بسط توابع هنکل
Aki-Larner Discrete Wavenumber Method	۱۱- روش عدد موج اکی- لارنر
T-Matrix Method	۱۲- روش ماتریس T
Null-Field Method	۱۳- میدان صفر
Bouchon-Campillo Method	۱۴- روش بوچان-کمپیلو
Finite Element Method (FEM)	۱۵- روش اجزای محدود
Finite Difference Method (FDM)	۱۶- روش تفاضل محدود
Parallel Volume Integral Equation Method (PVIEM)	۱۷- روش معادله‌ی انتگرال حجمی موازی
Boundary Method	۱۸- روش مرزی
Boundary Integral Equation	۱۹- معادلات انتگرال مرزی
Boundary Integral Method	۲۰- روش انتگرال مرزی
Boundary Element Method	۲۱- روش اجزای مرزی
Single Layer Potential	۲۲- پتانسیل تک‌لایه
Double Layer Potential	۲۳- پتانسیل دو لایه
Dual Reciprocity Boundary Element Method	۲۴- روش اجزای مرزی تقابلی دوگانه

A Review on SH-Wave Propagation for Orthotropic Topographic Features

Saeed Mojtabazadeh-Hasanlouei¹, Mehdi Panji^{*2}, and Mohsen Kamalian³

1. Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan, Iran
2. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan, Iran,
*Corresponding Author, email: m.panji@iauz.ac.ir
3. Professor, Geotechnical Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology, Tehran, Iran

The wave propagation problem is one of the most important topics studied by numerous researchers. Therefore, in this paper, the background of the researches on the propagation of anti-plane SH-waves in a non-homogeneous linear elastic orthotropic medium is presented based on the topographic features as a case study. In this regard, a brief review is illustrated on the theoretical expression of the elasticity of non-homogeneous materials, scalar wave equation, and the technical literature of the obtained Green's functions to solve the mentioned problems. The researchers have proposed various approaches for seismic analysis of topographic features where their studies are categorized according to the development. In general, these methods can be divided into analytical, semi-analytical, and numerical methods. Despite the high accuracy of analytical methods, their lack of flexibility in modeling and analyzing the complex features in accordance with real paradigms in nature, has forced the researchers to use alternative approaches such as numerical methods. In recent decades, increasing the power of computers besides the development of numerical approaches has made researchers eager to use them for analyzing wave propagation problems as well as predicting the real responses of topographic features more than ever. Based on the formulation, the numerical methods can be usually divided in two general categories known as the domain and boundary methods. The common domain methods are including the Finite Element Method (FEM) and Finite Difference Method (FDM), which require discretization of the whole body including internal parts of the model and its boundaries. Although the simplicity of domain methods makes them favorable for seismic analysis of finite media, the models are complicated because of discretizing the whole body and its boundaries at a considerable distance from the desired zone. In boundary methods that are mostly known today as the Boundary Element Method (BEM), due to the concentration of meshes only around the boundary of the desired features, automatic satisfaction of wave radiation conditions at infinity, reducing the volume of input data and analysis time is remarkably achieved as well.

On the other hand, because of the large contribution of analytical processes in solving various problems by BEM, the high accuracy of the obtained results is guaranteed. Therefore, the BEM provides a better manner for analyzing the infinite/semi-infinite problems. The BEM formulation can be formed in two categories, full and half-plane. In full-plane BEM, in addition to truncate the model from a full-space, it is required to discretize all the boundaries of the problem including the interfaces, smooth ground surface, and enclosing boundaries. This leads to approximate the satisfaction of stress-free conditions on the ground surface and makes its results less accurate in some cases. In the half-plane BEM approach, the discretization of smooth surface and definition of fictitious elements for enclosing boundaries are ignored, and the stress-free boundary condition of the surface is satisfied in an exact process. Despite difficult implementation and creating large equations in the half-plane BEM compared to the full-plane case, the mentioned advantages help to make the simple models. According to the appropriateness of the BEM in the analysis of wave propagation problems, especially in the presence of topographic features, this method is expanded in two mediums of isotropic and orthotropic. This paper is recommended as a starting point for all researchers who are interested in the field of seismic analysis of homogeneous and non-homogeneous sites.

Keywords: Analytical Approaches, BEM, Numerical Methods, Orthotropic Medium, SH-Wave.